சார்பு வேகம்(Relative Velocity)

1. **எல்லா இயக்கமும் சார்பு இயக்கமாகும்.**
2. **ஒளியின் வேகம் சார்பியக்கத்தால் பாதிக்கப்படமாட்டாது.**
3. **சீரான வேகத்துடன் இயங்கும் தொகுதி ஒன்றில் நடத்தப்படும் பரிசோதனை ஒன்றில் இருந்து அதன் இயக்கம் அறியப்படமுடியாது.**

சார்பு வேகக் கோட்பாடு

$V_{AB} = V_{AE} + V_{EB}$ **இங்கு காவிக் கூட்டல் கருதப்படும்.**

V_{AB} என்பது B சார்பாக A இன் வேகமாகும்

V_{AE} என்பது புவிசார்பாக A இன் வேகமாகும்

V_{BE} என்பது புவிசார்பாக B இன் வேகமாகும்

Step I **தரப்பட்ட வேகங்களைக் குறித்தல்.**

a. **பருமனும் திசையும் தெரியுமாயின் கோட்டுத்துண்டால் குறித்தல்**

b. **திசை மட்டும் தெரியுமாயின் திசையுடைய கோட்டால் குறித்தல்.**

c. **பருமன் மட்டும் தெரியுமாயின் இலக்கத்தால் குறித்தல்.**

Step II

ஆரம்ப நிலையைக் குறித்தல் [frame of reference]

Step III

சார்பு வேகம் Δ ஐ வரைதல் $V_{AB} = V_{AE} + V_{EB}$

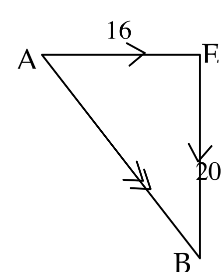
Step IV**சார்பு இயக்கத்தை ஆராய்தல்**

உதாரணம்1:

கப்பல் A **ஒன்று** 16kmph **வேகத்துடன் கிழக்கே செல்கிறது. கப்பல்** B20kmph **வேகத்துடன் வடக்கே செல்கிறது.** B **தொடர்பாக** A **இன் வேகத்தைக் காண்க.**

$V_{AE}\ \xrightarrow[16]{}\qquad V_{BE}\ \uparrow 20$

சார்பு வேகம் $V_{AB} = \underset{16}{\underrightarrow{V_{AE}}} + V_{EB} \downarrow 20$



$$AB^2 = AE^2 + EB^2$$
$$= 16^2 + 20^2$$
$$AB = 4\sqrt{41}$$
$$\tan\alpha = \frac{20}{16} = \frac{5}{4}$$

பயிற்சி

1. A என்னும் ஒரு கப்பல் 12 km/h கதியுடன் கிழக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. B என்னும் ஒரு கப்பல் 16 km/h கதியுடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. B தொடர்பான A யின் வேகத்தைக் காண்க.
2. ஒரு கப்பல் 10 km/h கதியுடன் தெற்கே செல்கிறது. வுடகிழக்கிலிருந்து காற்று $10\sqrt{2}$ km/h கதியுடன் வீசுகிறது. கப்பலிருந்து நோக்கும் ஒருவனுக்கு காற்று எத்திசையில் எவ்வேகத்துடன் வீசுவதாகத் தோன்றும்.

3. 5 km/h கதியுடன் மேற்கு நோக்கி ஓடுகின்ற ஒரு நீரோட்டத்தின் தொடர்பாக 12 km/h கதியுடன் ஒரு கப்பல் வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. 30 km/h கதியுடன் கிழக்கு நோக்கிச் செல்கின்ற ஒரு புகையிரதத்தினது கப்பல் தொடர்பான வேகத்தைக் காண்க.

உதாரணம்.2.

A என்பவர் ஒரு நேர் வீதியில் தெற்கில் இருந்து வடக்கே $10\sqrt{3}kmph$ வீதம் செல்கிறான். B என்பது இன்னொரு நேர்வீதியில் கிழக்கில் இருந்து மேற்கே 10kmph வீதம் செல்கிறான். A என்பவர் இரு வீதிகள் சந்திக்கும் இடத்தில் உள்ள போது B என்பவர் சந்தியிலிருந்து கிழக்கே 2km தூரத்தில் உள்ளார். பின் நடைபெறும் இயக்கத்தை ஆராய்ந்து பின்வருவனவற்றைக் கணிக்க.

i. A **தொடர்பாக** B **யின் வேகம்**

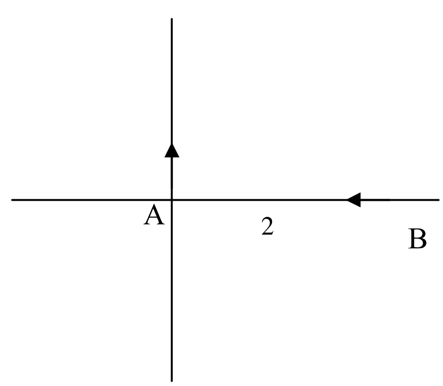
ii. A **க்கும்** B **க்கும் அதிகிட்டிய தூரம்**

iii. **இது நிகழ எடுக்கும் நேரம்.**

iv. A **இல் இருந்து** B **தெற்கு 30^0 கிழக்கு என்ற திசையில் இருப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம்**

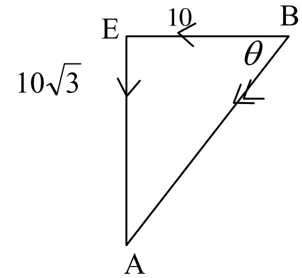
V_{AE} $\uparrow$ $10\sqrt{3}$ V_{BE} $\longleftarrow 10$ $V_{BA} = ?$

ஆரம்ப நிலமை (பூமி தொடர்பாக) (in the frame of earth)



தொடர்பு வேகம்

$BA = BE + EA$



$BA^2 = BE^2 + EA^2$

$= 10^2 + \left(10\sqrt{3}\right)^2$

$= 10^2 \left(1 + \sqrt{3}\right)^2$

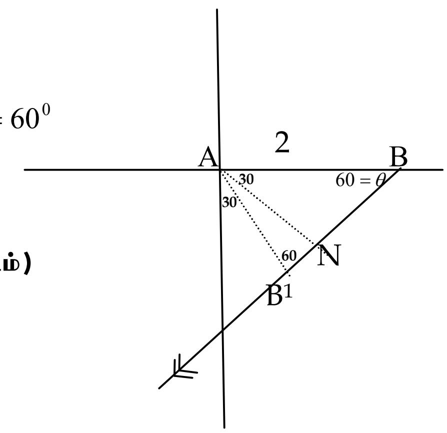
$= 10^2 \times 4$

$\therefore\ BA = 10 \times 2$ $\qquad \tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^0$

$V_{BA} = 20$

A **தொடர்பாக** B **யின் வேகம் 20**kmph

A **தொடர்பாக** B **யின் இயக்கம் (**A **இன் சட்டம்)**



மிகக் கிட்டிய தூரம் = AN

= 2 sin 60

$= \sqrt{3}$

இது நிகழ எடுக்கும் நேரம் $= \dfrac{BN}{V_{BA}} = \dfrac{2\cos 60}{20} = \dfrac{1}{20}h$

iii. A **இல் இருந்து** B **தெற்கு 30^0 கிழக்கு என்ற திசையில் இருப்பதற்கு**

எடுக்கும் நேரம் $= \dfrac{BB^1}{V_{BA}} = \dfrac{2}{20} = \dfrac{1}{10}h$

உதாரணம். 3.

இரு வீதிகள் ஒன்றை ஒன்று செங்குத்து கோணத்தில் குறுக்கிடுகின்றது. ஒன்று கிழக்குக்கு மேற்காயும் மற்றது தெற்காயும் செல்கிறது. A **என்பவர் கிழக்கு மேற்காக வீதியில் கிழக்கு நோக்கி** 20mph **வேகத்திலும்** B **என்பவர் வடக்கு தெற்கான வீதியிலும் வடக்கு நோக்கி** $20\sqrt{3}$ **வேகத்துடனும் செல்கின்றது.** 12 **மணிக்கு** B, 0 **வுக்கு நேர் தெற்கே** 10kmA **மேற்கே** $10\sqrt{3}$ km **தூரத்திலும் உள்ளன.**

i. B **தொடர்பாக** A **யின் வேகம்**

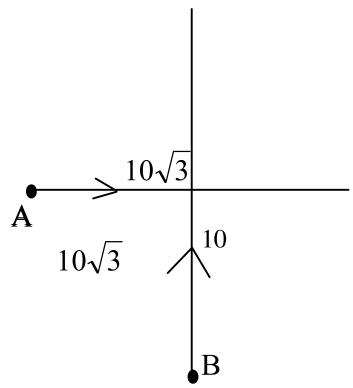
ii. A **க்கும்** B **க்கும் அதிகிட்டிய தூரம்**

iii. **இது நிகழ எடுக்கும் நேரம்.**

iv. B **இல் இருந்து** A **தெற்கு** $\mathbf{30^0}$ **கிழக்கு திசையில் இருப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம்**

$AE \rightarrow 20 \qquad BE \downarrow 20\sqrt{3} \qquad AB = ?$

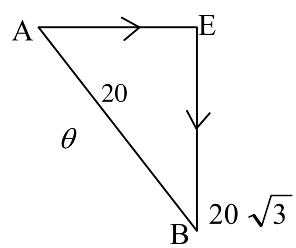
புவியின் சட்டம்



$AB = AE + EB$

$\rightarrow + \downarrow$

சார்பு வேகமுக்கோணி



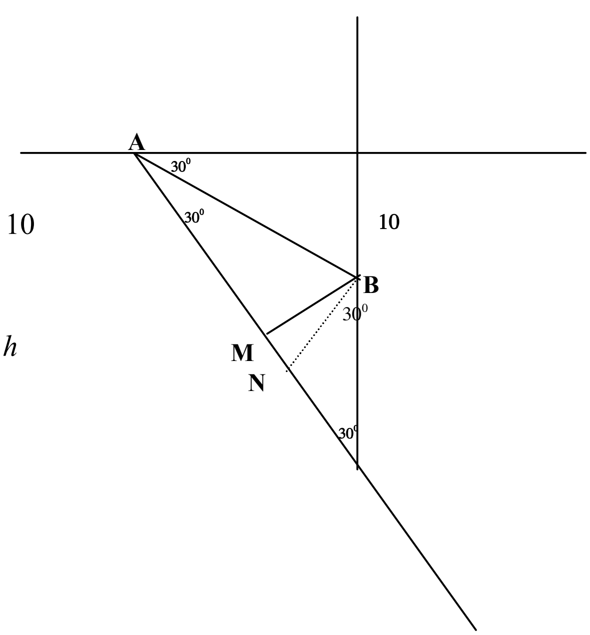
$$\tan\theta = \frac{20\sqrt{3}}{20} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = 60^0$$

$$VAB = 20^2 + \left(20\sqrt{3}\right)^2$$

$$= 20^2 \times 4$$

$$\therefore VAB = 40mph$$

B இன் சட்டத்தில்



$AB = 20$

$BM = 20\,Sin\,30 = 10$

மிகக் கிட்டிய தூரம் $= BM = 10$

$AM = 20\,Cos\,30 = 10\sqrt{3}$

எடுக் கும் நேரம் $= \dfrac{10\sqrt{3}}{40} = \dfrac{\sqrt{3}}{4}h$

$MN = 10\tan 30$

$$= \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$$

B இல் இருந்து A தெற்கு 30^0 கிழக்கு திசையில் இருப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம்

$$T = \frac{AN}{40} = \frac{10\sqrt{3}+\frac{10\sqrt{3}}{3}}{40} = \frac{40\sqrt{3}}{120} = \frac{\sqrt{3}}{3}h$$

பயிற்சி

4. 12kmph வேகத்துடன் கிழக்கே செல்லும் A என்ற கப்பல் O என்ற புள்ளிக்கு மேற்கே 12 km துர்ரத்திலும் அதே நேரத்தில் B என்ற கப்பல் $12\sqrt{3}\ kmph$ வேகத்துடன் தெற்கே செல்வதுடன் செல்வதுடன் O என்ற புள்ளிக்கு வடக்கே $4\sqrt{3}\ km$ தூரத்திலும் கொண்டிருந்தன.

   i) A இன் B தொடர்பான வேகம் (24 kmph கி 60^0 வ திசையில்)

   ii) அதி கிட்டிய தூரம் (12km)

   iii) இது நிகழும் நேரம் என்பவற்றைக காண்க (12..30 மணி)

5. 12.00 மணிக்கு O வுக்கு மேற்கே 12km தூரத்தில் கப்பல் A 16km ph வேகத்துடன் கிழக்கு நோக்கி செல்கிறது.அதே நேரம் கப்பல் B ஆனது தெற்கே $4\sqrt{3}\ km$ தூரத்திலுள்ளதுடன் வடக்கு நோக்கி $16\sqrt{3}\ kmph$ வேகத்துடன் செல்கின்றது.

   i) A இன் B தொடர்பான வேகம (32 kmph கி 60^0 தெ திசையில்)

   ii) அதி கிட்டிய தூரம் ($4\sqrt{3}\ kmph$

   iii) இது நிகழும் நேரம் என்பவற்றைக காண்க (12.22$\frac{1}{2}$h)

6. இரு துணிக்கைகள் α கோணத்தில் வெட்டுகின்ற இரு கோடுகளில் சீரான வேகங்கள் U, V உடன் செல்கின்றன. அவற்றின் ஆரம்பப் புள்ளிகள் கோடுகள் சந்திக்கின்ற புள்ளியிலிருந்து முறையே தூரங்கள் a,b ஆகும். இவற்றுக்கிடையிலுள்ள கிட்டிய தூரம் $\dfrac{(av-bu)\ \text{சைன்}\ \alpha}{\sqrt{v^2+u^2-2uv\ \text{கோசை}\ \alpha}}$ எனக் காட்டுக.

7. A என்ற ஒரு கப்பல் 16 km/h கதியுடன் வடக்கே சென்று நண்பகலில் குறித்த ஓர் புள்ளியைக் கடக்கிறது. B என்ற வேறோர் கப்பல் அதே கதியுடன் கிழக்கே சென்று அதே புள்ளியைப் பி.ப 1.30 இல் கடக்கிறது. ஆவை ஒன்றுக்கொன்று அதி சமீபத்தில் இருக்கும் நேரம் என்ன? அப்பொழுது அவற்றுக்கிடையிலுள்ள தூரம் யாது.

8. இரண்டு பாதைகள் ஒன்றையொன்று P யில் செங்குத்தாகச் சந்திக்கின்றன. அவற்றில் ஒன்றில் 3 km/h கதியுடன் நடக்கின்ற A என்பவன் P யில் உள்ளபோது , மற்றப் பாதையில் 4 km/h கதியுடன் நடக்கின்ற B என்பவனை, அவன் P யிலிருந்து 100m தூரத்திலிருக்கும் பொழுது காண்கிறான். A யின் B தொடர்பான வேகத்தைக் காண்க. A என்பவன் 36m தூரம் நடந்த பின்னர் அவர்கள் அதி கிட்டிய தூரத்தில் இருப்பர் எனக் காட்டுக.

இரு சார்பு வேகமுக்கோணிகளை ஒரே படத்தில் வரைதல்

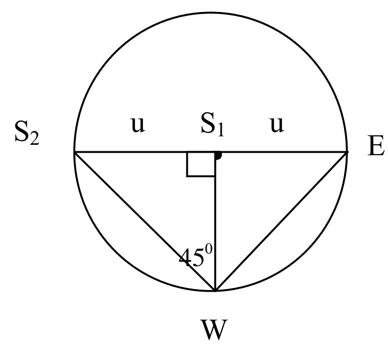
உ-ம் 4. கிழக்கு நோக்கி u வேகத்துடன் செல்லும் கப்பலுக்கு காற்று தெற்கிலிருந்து வீசுவது போல் தோன்றுகிறது. கப்பல் வேகத்தை இரட்டித்தபோது காற்று தென்கிழக்கிலிருந்து வீசுவது போல் தோன்றுகிறது .காற்றின் வேகத்தைக் காண்க.

கப்பல் - S , காற்று –W , புவி –E

V_{SE} V_{WS} $\xrightarrow{u}$ $\uparrow V_{WE} = v$

V_{SE} $\xrightarrow{2u}$ V_{WS} 45^0 $V_{WE} = v$

$V_{WE} = V_{WS} + V_{SE}$



$WS_1 = u$,$\therefore V_{WE} = \sqrt{2}\,u$

உ-ம 5. வடக்கே u வேகத்துடன் செல்லும் கப்பலுக்கு காற்று வ θ கிழக்கில் இருந்து வீசுவது போல் தோன்றுகிறது.கப்பல் திரும்ப தெற்கே செல்லம்போது காற்று கி θ தெற்கிலிருந்து வீசுவது போல் தோன்றுகிறது. காற்றின் வேகம் என்ன

கப்பல் - S , காற்று –W , புவி –E

V_{SE} $u\uparrow$ V_{WS} θ^0 $V_{WE} = v$

V_{SE} $u\downarrow$ V_{WS} θ^0 $V_{WE} = v$

$V_{WS} = V_{WE} + V_{ES}$

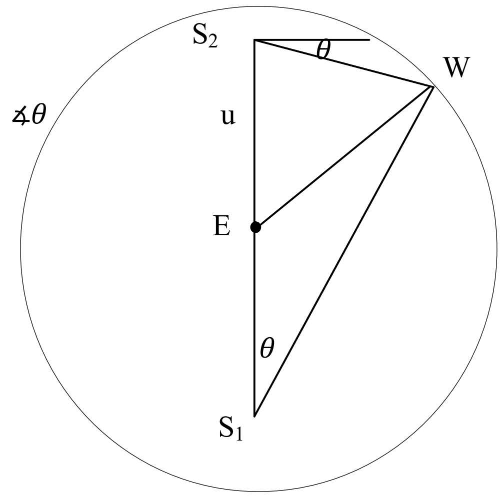
சார்பு வேக முக்கோணம்

$\measuredangle WS_2 S_1 = 90^0 - \theta$

ஆகவே $\measuredangle S_2W S_1 = 90^0$

$\therefore S_2, S_1$ என்பன வட்டப் பரிதியில் அமையும்.

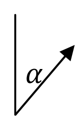
$V_{WE} = u$

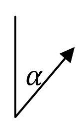


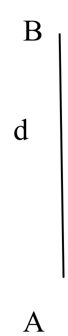
திசை வ 2θ கிழக்கிலிருந்து u வேகத்துடன் காற்று வீசும்

உ-ம் 6. விமானம் ஒன்று A என்ற நிலையத்தில் இருந்து வடக்கே d km துாரத்திலுள்ள B என் நிலையத்திற்கு சென்று திரும்புகின்றது. காற்று வ α கி திசையில் u kmph கதியுடனவீசுகிறது. நிலையான வளியில் விமானத்தின் கதி vkmph ஆகும். விமானம் செலுத்த வேண்டிய திசைகளையும் எடுக்கும் முழு நேரம் $\frac{2d\sqrt{v^2-u^2Sin^2\alpha}}{v^2-u^2}$ எனக் காட்டுக

விமானம் - P , காற்று –W , புவி –E

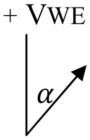
V_{PE}  $V_{PW} = v$ $V_{WE} = u$ 

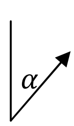
V_{PE}  $V_{PW} = v$ $V_{WE} = u$ 



புவியின் சட்டம்

$V_{PE} = V_{PW} + V_{WE}$

 = v +  u

= v +   u

சார்பு வேக முக்கோணம்

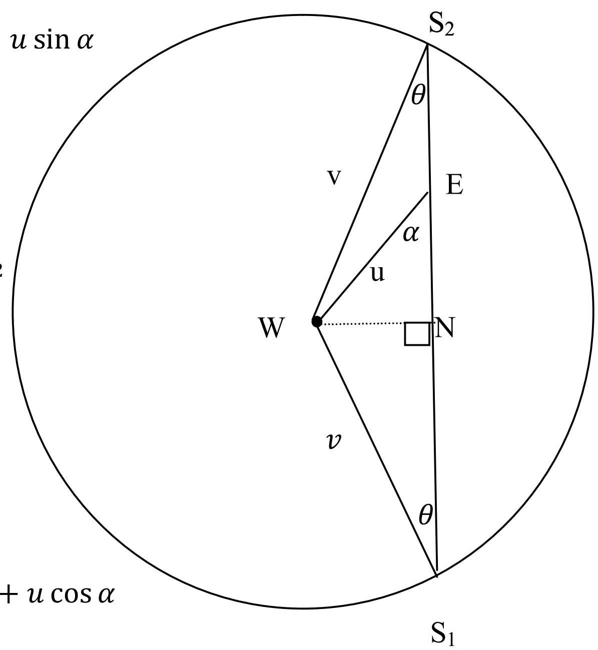
$WN = u\sin\alpha$

$S_1N = S_2N = \sqrt{v^2 - u^2Sin^2\alpha}$

வடக்கே விமானம் செல்லும் வேகம் ω_1

தெற்கே விமானம் செல்லும் வேகம் ω_2

என்க



ஆகவே $\omega_1 = S_1E = \sqrt{v^2 - u^2Sin^2\alpha} + u\cos\alpha$

$\omega_2 = S_2E = \sqrt{v^2 - u^2Sin^2\alpha} - u\cos\alpha$

A இலிருந்து B இற்குச் செல்ல எடுக்கும் நேரம் $t_1 = \frac{d}{\omega_1}$

B இலிருந்து A இற்குச் செல்ல எடுக்கும் நேரம் $t_2 = \frac{d}{\omega_2}$

ஆகவே மொத்த நேரம் $T = t_1 + t_2$

$$= \frac{d}{\omega_1} + \frac{d}{\omega_2}$$

$$= \frac{d(\omega_1+\omega_2)}{\omega_1\omega_2}$$

$$= \frac{2d\sqrt{v^2-u^2Sin^2\alpha}}{v^2-u^2}$$

A இலிருந்து B இற்குச் செல்ல செலுத்த வேண்டிய திசை வθமே திசையில்
B இலிருந்து A இற்குச் செல்ல செலுத்த வேண்டிய திசை தெθ மே திசையில்

இங்கு $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{u \sin\alpha}{v}\right)$ஆகும்.

குறிப்பு:- நேர வித்தியாசம் $|t_1 - t_2| = \frac{2ud \text{ co}}{v^2 - u^2}$ஆகும்

பயிற்சி

9. . மோட்டார் சைக்கிளோட்டி ஒருவர் ஒரு நேர்ச் சமதள வீதி வழியே மாறாக் கதி V உடன் கிழக்கு நோக்கி மோட்டார் சைக்கிளை ஓட்டிச் செல்லும் போது, மாறா வேகத்துடன் வீசும் காற்று அவருக்குத் தெற்கிலிருந்து வீசுவதாகத் தோன்றுகிறது. சைக்கிளோட்டி தான் செல்லும் திசையை மாற்றாமல் தனது கதியை இரு மடங்காக்கும் போது, காற்று தென் கிழக்கிலிருந்து வீசுவதாகத் தோன்றுகிறது. இரு நிலைமைகளுக்கும் வேக முக்கோணிகளை வரைந்து, காற்றின் உள்ளபடியான (actual) வேகத்தைப் பருமனிலும் திசையிலும் காண்க. (2002April)

10. தெற்கு நோக்கி ஒரு நேரிய வீதி வழியே கதி u kmh^{-1} உடன் ஓடுகின்ற சிறுவன் ஒருவன் காற்று மேற்கு நோக்கி வீசுவதை உணர்கின்றான். வடக்கு நோக்கி ஒரு நேரிய வீதி வழியே, அதே கதியுடன் அவன் ஓடும்போது காற்று தென்மேற்கு நோக்கி வீசுவதை உணர்கின்றான். காற்றின் இயக்கங்களுக்கான தொடர்புவேகங்களின் வேக முக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.
இதிலிருந்து, காற்றின் உண்மைக் கதியையும் திசையையும் காண்க. (2012AugNew)

11. .ஒரு கப்பல் மேற்கு நோக்கி 30 km/h இல் செல்கிறது. இரண்டாம் கப்பல் ஒன்று தெற்கு நோக்கி 20 km/h இல் செல்கிறது. முதற் கப்பலின் மாலுமிகளுக்கு மூன்றாம் கப்பல், தென்கிழக்குத் திசையில் செல்வதாகத் தோன்றுகிறது. இரண்டாம் கப்பலின் மாலுமிகளுக்கு அது வடக்கிற்கு 60^0 மேற்குத் திசையில் செல்வதாகத் தோன்றுகிறது. மூன்றாம் கப்பல், தெற்கிற்கு 75^0 மேற்குத் திசையில் செல்கின்றது எனக் காட்டி அதன் கதியைக் காண்க.(1989)

12. மட்டமான பாதையொன்றில் தெற்கு நோக்கி u என்னும் மாறாக்கதியுடன் செல்கின்ற சைக்கிளோட்டி ஒருவனுக்கு காற்று மேற்கிற்கு θ^0 வடக்குத் திசையில் வீசுவதாகத் தோன்றுகிறது. அவர் அதே கதியில் வடக்கு நோக்கிச் செல்கையில் காற்று மேற்கிற்கு α^0 வடக்குத் திசையில் வீசுவது போலத் தோன்றுகிறது. அவர் வடக்கு நோக்கி 2u கதியுடன் செல்கையில் காற்றானது மேற்கிற்கு β^0 வடக்கு நோக்கி வீசுமெனக் காட்டுக.
இங்கு $2\tan\beta = 3\tan\alpha - \tan\theta.$ காற்றின் திசையைத் தீர்மானிக்குக.

11. கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் ஒருவனுக்கு, காற்று வடக்கின் மேற்குப்புறமாக α^0 இலிருந்து வீசுவதாகத் தோன்றுகிறது. முந்திய கதியுடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கையில், காற்று வடக்குடன் மேற்குப்புறமாக β^0 ஆக்குவது போலத் தோன்றுகிறது. காற்று வீச்சின் உண்மைத் திசை வடக்கின் மேற்குப் புறமாக θ^0 எனின் $\tan\theta = \frac{\tan\alpha - 1}{1 - \cot\beta}$ என நிறுவுக.

12.. ஒரு விமானி A என்னும் புள்ளியிலிருந்து கிழக்குப் பக்கமாக d தூரத்திலுள்ள B என்னும் புள்ளிக்குப் பறந்து செல்ல வேண்டும். AB யுடன், வடக்குப்புறமாக கூர்ங்கோணம் α பாகையில் உள்ள திசையில் சீரான வேகம் U உடன் காற்று வீசுகிறது. வளி தொடர்பாக விமானத்தின் கதி $v = (> u)$ ஆயின், விமானி AB யுடன் தெற்குப்புறமாக β கோணத்திலுள்ள திசையில் தன் விமானத்தை செலுத்த வேண்டுமென நிறுவுக.

இங்கு சைன் $\beta = \frac{u \text{ சைன் } \alpha}{v}$

அவனது திரும்பும் பிரயாணத்தில் காற்று வீசவும், வளி தொடர்பாக விமானத்தின் கதி முன்னைய அளவாகவும் இருப்பின் விமானம் செலுத்தப்படும் திசை BA யுடன் அதேயளவு கோணத்தில் அமையும் எனக்காட்டுக. மேலும் அகமுகப் பிரயாணத்திற்கும் புறமுகப் பரயாணத்திற்கும் எடுத்த நேர வித்தியாசம் $\frac{2ud \text{ கோசை } \alpha}{v^2 - u^2}$ எனக் காட்டுக.

13. விமான நிலையம் A யிலிருந்து d மைல் தூரத்தில் நேர்வடக்கேயும் நேர்தெற்கேயும் இரு விமானம் இறங்கு துறைகள் x, y இருக்கின்றன. ஓர் உறுதியான கிடைக்காற்று வடக்குக்கு θ^0 கிழக்கு திசையிலிருந்து U மைல் / மணி கதியுடன் வீசுகிறது. P_1, P_2 என்னும் இரு விமானங்கள் ஒரே நேரத்தில் A யிலிருந்து புறப்பட்டு x, y என்னும் துறைகளை முறையே T_1, T_2மணித்தியாலங்களில் அடைகின்றன. அசையா விளியில் இரு விமானங்களின் கதி v மைல் / மணி ஆகும். $T_1 - T_2 = \frac{2ud \text{ கோசை } \theta}{v^2 - u^2}$ என நிறுவுக.

14. விமானம் ஒன்று A இலிருந்து B இற்கு நேர் வழியில் பறந்து மீள்கிறது. அமைதியான காலநிலையில் கதி U ஆகவும், இரு பிரயாணங்களுக்கும் எடுத்த நேரம் T ஆகவும் அமையும். ஒரு குறிப்பிட்ட நாளில் காற்றின் வேகம் AB இற்கு சாய்வாக கோணம் θ ஆகவுள்ள திசையில் V ஆகும். போகும் பிரயாணத்திலும் மீளும் பிரயாணத்திலும் விமானம் AB இற்கு சாய்வாக சைன் $^{-1}\left(\frac{v}{u} \text{சைன் } \theta\right)$ என்னும் திசையில் செல்ல வேண்டும் என நிறுவுக.

இரு பிரயாணங்களுக்கும் எடுத்த நேரம் $Tu \frac{\sqrt{u^2 - v^2 \text{சைன் }^2 \theta}}{u^2 - v^2}$ எனக் காட்டுக

15. நிலையான காற்றில் v மைல் / மணி மாறாக்கதியுடன் செல்லும் விமானம் w மைல் / மணி மாறாக்கதியுடன் வீசும் உறுதிக் கிடைக்காற்றுக்கு θ^0 இல் கிடையாக செல்ல இருக்கிறது. விமானி தன் பிரயாணத்தை

மேற்கொள்வதற்கு பிரயாண திசைக்கு α^0 இல் விமானத்தைச் செலுத்த வேண்டும் எனக் காட்டுக.

இங்கு v சைன் $\alpha = w$ சைன் θ ஆகும். விமானியின் நியம தானம் d மைல் தூரமாயும் புறுமுகப்பறித்தலினதும் திரும்பிய பறித்தலினதும் நேரங்கள் முறையே t_1, t_2 மணித்தியாலங்களுக்குமாயின் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

i. $d(t_1 + t_2) = 2v, t, t_2$ கோசை α

ii. $d| t_1 - t_2 | = 2wt, t_2$ கோசை θ

iii. $d^2 = t, t_2 (v^2 - w^2)$

16. மேற்கு நோக்கிய ukmph வேகத்துடன் காற்று வீசும் போது விமானம் குறித்த உயரத்தில் பறந்து ஆரம்பப்புள்ளி A யிலிருந்து xkm கிழக்கேயும்,ykm வடக்கேயும் உள்ள புள்ளி B யிற்கு t_1 மணித்தியாலங்களில் சென்று திரும்பி t_2 மணித்தியாலங்களில் A யிற்கு வருகிறது. அமைதியான வளியில் அதன் கதி $v(> u)$ மைல் / மணி ஆயின், $t_1, t_2 = \frac{x^2 + y^2}{v^2 - u^2}$ எனவும் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் அது வளியில் பறக்கும் திசை AB யுடன் சைன்$^{-1}\left[\frac{uy}{v\sqrt{x^2 + y^2}}\right]$ எனும் கோணம்

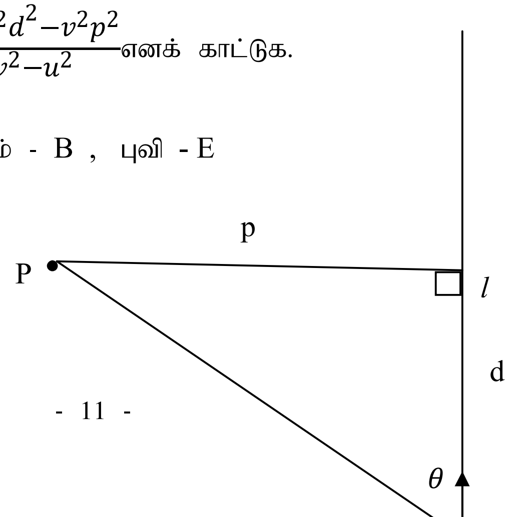
உ-ம் 7.

துறைமுகம் P யிலிருந்து p தூரத்தில் உள்ள நேர்ப்பாதை ℓ இல் ஒரு கொள்ளைக் கப்பல் மாறாக்கதி v உடன் இயங்குகிறது. P இல் இருந்து d தூரத்திலுள்ள S என்னும் புள்ளியில் [$SP = d,\ PN \perp \ell, S$ இற்கு முன்பாக N] கப்பல் இருக்கும் ஒரு கணத்தில் $(t = 0), B_1, B_2$ என்னும் இரு வழிகாட்டும் வள்ளங்கள் கப்பலைச் சேரும் நோக்குடன் இரு வெவ்வேறு திசைகளில் P ஐ விட்டு விலகுகின்றன. வள்ளங்கள் ஒவ்வொன்றும் சீரான கதி u உடன் நேர்ப்பாதைகளில் இயங்கி கப்பலை t_1, t_2 நேரங்களில் சந்திக்கின்றன.

$t_1 - t_2 == \frac{2\sqrt{u^2d^2 - v^2p^2}}{v^2 - u^2}$ எனக் காட்டுக.

கப்பல் - S , வள்ளம் - B , புவி - E

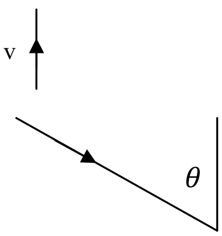
புவியின் சட்டம்



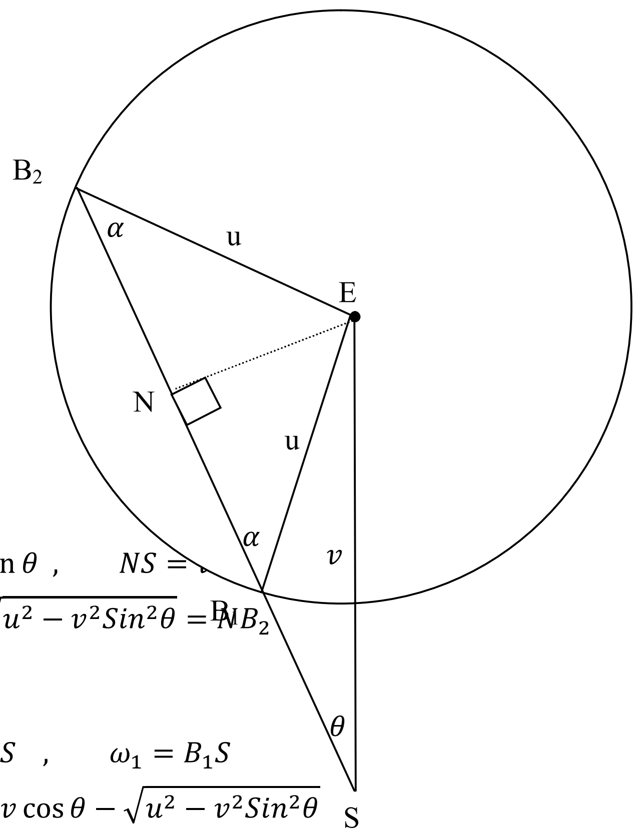
$$\sin\theta = \frac{p}{d}$$

VSE v

VBS



VBE - u



சார்பு வேக முக்கோணம்

VBS = VBE + VES

$$NE = v\sin\theta \;, \qquad NS = \text{[illegible]}$$

$$NB_1 = \sqrt{u^2 - v^2 Sin^2\theta} = NB_2$$

கப்பல் சார்பாக வள்ளங்களின்

வேகங்கள் ω_1, ω_2 எனின்

$$\omega_1 = B_1S \quad , \qquad \omega_1 = B_1S$$

$$\omega_1 = B_1S = v\cos\theta - \sqrt{u^2 - v^2 Sin^2\theta}$$

$$\omega_2 = B_2S = v\cos\theta + \sqrt{u^2 - v^2 Sin^2\theta}$$

கப்பலை அடையும் நேரங்கள் முறையே

t_1, t_2 எனின்

$$t_1 = \frac{d}{\omega_1} \quad , t_2 = \frac{d}{\omega_2}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{d}{\omega_1} - \frac{d}{\omega_2}$$

$$= \frac{d(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_1\omega_2}$$

$$= \frac{2d\sqrt{u^2 - v^2 Sin^2\theta}}{v^2 - u^2}$$

$$= \frac{2d\sqrt{u^2 - v^2\left(\frac{p}{d}\right)^2}}{v^2 - u^2}$$

$$= \frac{2\sqrt{u^2 d^2 - v^2 p^2}}{v^2 - u^2}$$

உ-ம் 8. காற்றிற்குச் சார்பாக V m / செக்கன் என்னும் சீர்கதியுடன் பறக்கவல்ல ஒரு விமானம் கிழக்கு நோக்கிச் செல்ல இருக்கிறது. மேற்கில் இருந்து கூர்ங்கோணம் α வடக்குப் புறமாக உள்ளதிசையிலிருந்து u m / செக்கன் கதியுடன் காற்று வீசுகிறது.

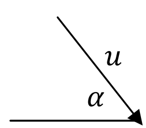
i. $v < u \sin\alpha$ ஆயின் விமானம் கிழக்கு நோக்கிச் செல்லமாட்டாது எனக் காட்டுக.

ii. $v = u \sin\alpha$ ஆயின் விமானம் கிழக்கு நோக்கிச் செல்ல ஒரு பாதை உண்டென்றும் திரும்பி வர முடியாதெனவும் காட்டுக

iii. $u \sin\alpha < v < u$ ஆயின் விமானம் கிழக்குப் பக்கமாகச் செல்வதற்கு இரு வழிகள் உண்டெனக் காட்டுக. இவ்விரண்டு வழியாகவும் விமானம் செல்லுமாயின் ஒரு mசெல்ல எடுக்கும் நேர வித்தியாசம் $\frac{2\sqrt{V^2 - u^2 \sin^2 \alpha}}{u^2 - v^2}$ எனக் காட்டுக.

iv. $v > u$ ஆயின் dm கிழக்குப் பக்கமாக விமானம் போய்வர எடுக்கும் நேரம் $2d\frac{\sqrt{V^2 - u^2 \sin \alpha}}{V^2 - u^2}$ எனக் காட்டுக.

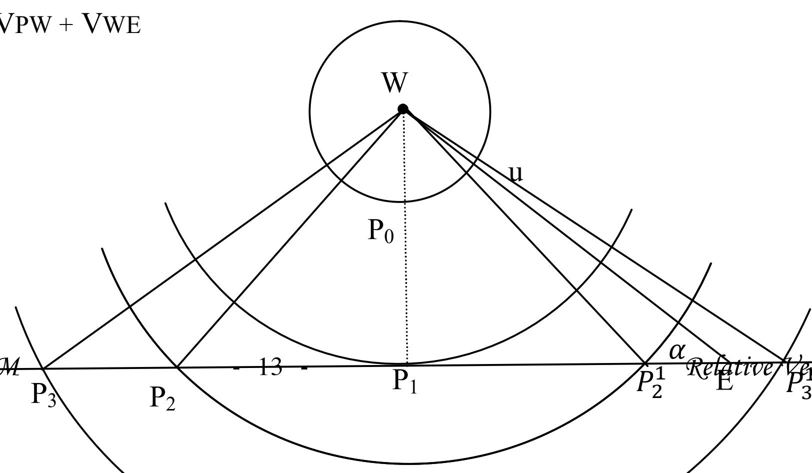
கப்பல் - S , காற்று –W , புவி –E

VPE ——► VWE 

VPW = v

சார்பு வேக முக்கோணி

VPE = VPW + VWE



vஆரையும் W ஐ மையமாகவும் உடைய வட்டங்கள் வரையப்பட்டுள்ளன

$WP_1 = u\sin\alpha$,$WP_i = v$,WP_0E வேக முக்கோணி அல்

1. $WP_0 < WP_1 \Rightarrow v < u\sin\alpha$, PE என்ற கோடுகள் கிழக்கு நோக்கி இருக்கும் போது விமானம் கிழக்க நோக்கி செல்ல முடியும்.

PE என்ற கோடுகள் மேற்கு நோக்கி இருக்கும் போது விமானம் மேற்கு நோக்கி திரும்பி வர முடியும். ஆனால்P_0E கிழக்கு நோக்கி இல்லாததால் விமானம் கிழக்கே போக முடியாது

2. WP_1E இரண்டாவது சந்தர்ப்பத்திற்குரிய வேக முக்கோணியாகும்

P_1E கிழக்கு நோக்கி இருப்பதால் கிழக்கே போக ஒரு பாதையுண்டு

இங்கு $\mathrm{v} = u\sin\alpha$

3. $u\sin\alpha < v < u$ இல் WP_2E, WP_2^1E என்பன இரு வேக முக்கோணிகளாகும். .இங்கு P_2E , P_2^1E என்பன கிழக்கு நோக்கி இருப்பதால் விமானம் கிழக்கே செல்ல இரு பாதையுண்டு. திரும்பி வரமுடிடியாது.

நேர வித்தியாசம் மேலுள்ள உதாரணத்தைப்போன்று கணிக்கப்படும்.

4. $v > u$ எனின் WP_3E, WP_3^1E என்பன இரு வேக முக்கோணிகளாகும். .இங்கு P_3E , P_3^1E என்பவற்றுளP_3E கிழக்கு நோக்கி இருப்பதால் விமானம் கிழக்கே செல்ல ஒருபாதையும்P_3^1E மேற்கு நோக்கி இருப்பதால் விமானம் திரும்பி வர ஒரு பாதையும் உண்டு. நேர வித்தியாசம் மேலுள்ள உதாரணத்தைப்போன்று கணிக்கப்படும்.

பயிற்சி

.17. a என்னும் பக்கமுடைய சமகப்ப முக்கோணியொன்றின் உச்சிகளிலே A, B, C என்னும் மூன்று விமான நிலையங்கள் அமைந்துள்ளன. அமைதியான நாளொன்றில் காற்று வீசாதபொழுது விமானக் கப்பலொன்று ஆகக்கூடிய கதி v உடன் செல்ல வல்லது. AB என்னும் திசையிலே $v(< u)$என்னும் கதியுடன் சீரான காற்றொன்று வீசும் பொழுது இவ்விமானக்கப்பலானது, இடைவழியில் நிற்காமல் சுற்றுப்பாதை ABCA வழியே செல்வதற்கு எடுத்த

நேரம் $\left(\frac{v+\sqrt{4v^2-3u^2}}{v^2-u^2}\right)a$ எனக் காட்டுக. அமைதியான நாளொன்றில் ABCA வழியே கதி v யுடன் செல்வதற்கு விமானக் கப்பலானது N லீற்றர் எரிபொருளை உபயோகிக்குமாயின் காற்றோட்டமுள்ள நாளில் அதற்கு வேண்டிய எரிபொருள் எவ்வளவாகும்?

18.. D_r (r = 1,2,3…………….6) என்ற 6 பறவைகள் A,B,C,D,E,F என்ற மரவுச்சிகளில் நிற்கின்றன. இவ்வுச்சிகள் ஒரே கிடைத்தளத்தில் இருக்கின்றன. A,B,C,D,E,F பக்கம் am அடி நீளமுள்ள ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி ஒவ்வொரு பறவையின் கதியும் அசையாத வளியில் v m / செக்கன் ஆகும். ஓர் உறுதியான கிடைக்காற்று $KV(K<1)$m / செக்கன் கதியுடன் பக்கம் AB க்குச் சமாந்தரமான திசையில் வீசுகின்றது. பறவைகள் ஒரே சமயத்தில் தங்கள் மர உச்சிகளை விட்டு நீங்கி சீரான கதியுடன் (AB,BC,CD,DE,EF,FA திசைகளில்) பறந்து B,C,D,E,F,A என்ற மரவுச்சிகளில் முறையே $t_1,t_2,t_3,t_4 t_5 t_6$ செக்கன் நேரங்களின் பின் அமர்கின்றன. அகையாக வளியில் இவ்வாறு கோணப் பாதையில் பறக்க யாதும் ஓர் பறவைக்கு எடுக்கும் நேரம் T செக்கன் பறவைகளின் பறத்தலின் வேக முக்கோணங்களை ஒரே வடிவப் படத்தில் வரைக. இதிலிருந்து

i. $t_2 = t_6$ $\quad$ $t_3 = t_5$

ii. $\sum_{r=1} t_r = T/3\left[\frac{1+\sqrt{4-3K^2}}{1-K^2}\right]$

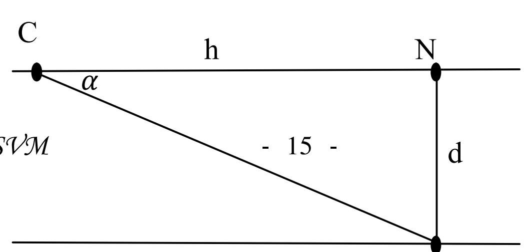
iii. $t_4 > t_3 > t_3 > t_1$

பாதையைக் கடக்கும் சந்தர்ப்பங்கள்

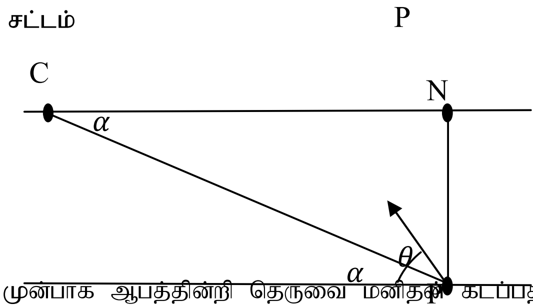
உ-ம் 9.

xU eilghij tpspk;gpypUe;J $d\ m$ J}uj;jpYs;s xU Neh;g;ghij topahfr; rPuhd Ntfk; ums^{-1} cld; irf;fps; Xl;b C vd;gtd; xU njUtpy; nry;fpwhd;. xU fzj;jpy; irf;fpNshl;b C w;F Kd;ghf $h\ m$ J}uj;jpy; eilghij tpsk;gpy; epw;Fk; xU kdpjd; P, njUtpy; fhyb itf;fpwhd;. P apypUe;J irf;fpspd; ghijf;Fr; nrq;Fj;jb $N.(PN=d, CN=h)$ me;j eilkdpjd; xU Neh;Nfhl;by; xU rPuhd Ntfk; $v(<u)ms^{-1}$ cld; elf;fpwhd;. njhlh;G Ntff;Nfhl;ghl;bd; %yNkh my;yJ NtW topahNyh mk; kdpjd; irf;fps; fhuDf;F Kd;ghf Mgj;jpd;wp njUitf; flg;gjw;F $v > \frac{ud}{\sqrt{h^2+d^2}}$ vd epWTf.

புவியின் சட்டம்.



C **இன் சட்டம்**



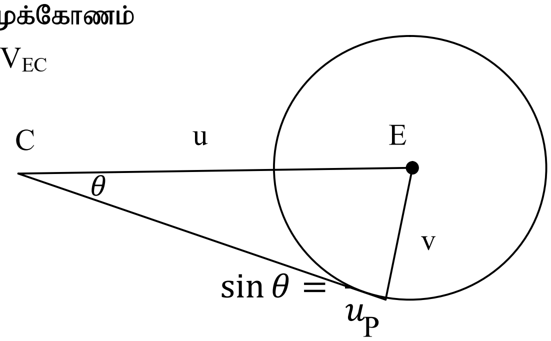
C க்கு முன்பாக ஆபத்தின்றி தெருவை மனிதன் கடப்பதற்கு

1. θ இயன்றளவு பெரிதாக இருக்க வேண்டும்
2. $\theta > \alpha$ ஆக இருக்க வேண்டும்

மனிதன் - P சைக்கிள் - C புவி -E

சார்பு வேக முக்கோணம்

$V_{PC} = V_{PE} + V_{EC}$



$$\sin \theta = \frac{v}{u}$$

$$\sin \alpha = \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}}$$

இங்கு θ பெரிதாக இருப்பதற்கு PC தொடலியாக அமைதல்வேண்டும்

ஆபத்தின்றி தெருவைக் கடப்பதற்கு $\theta > \alpha$

$$\sin \theta > \sin \alpha$$

$$\frac{v}{u} > \frac{d}{\sqrt{h^2 + d^2}}$$

$$v > \frac{ud}{\sqrt{h^2 + d^2}}$$

குறிப்பு: மனிதனின் மிகக்குறைந்த வேகம்v $=\dfrac{ud}{\sqrt{h^2+d^2}}$.= $u\sin\alpha$இவ்வேகத்துடன் மட்டுமட்டாகக் கடப்பர். அப்போது $\theta=\alpha$

மட்டு மட்டாகக் கடக்க எடுக்கும் நேரம் காணல்

$$T=\frac{d}{v\cos\alpha}=\frac{d}{u\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{h^2+d^2}{uh}$$

19.. அகலம் w வை உடைய மோட்டாக் கார் ஒன்று ஒரு நேர் வீதி வழியே நடைபாதையை மட்டுமட்டாகத் தொட்டுக்கொண்டு அதற்குச் சமாந்தரமாய்ச் சீராக இயங்குகிறது. காருக்கு l தூரம் முன்பாக நடைபாதையின் ஓரத்தின் வழியே செல்லும் பாதசாரி ஒருவர் வீதியைக் கடந்து செல்வதற்காகச் சீராக நடந்து செல்லத் தொடங்குகிறார். வீதி தொடர்பாகக் காரின் கதி v ஆகவும் பாதசாரியின் கதி u ஆகவும் இருப்பின், $u>v\sin\alpha$ ஆக இருக்கும் போது பாதசாரி காருக்கு முன்பாகப் பாதுகாப்பாக வீதியைக் கடக்கலாமெனக் காட்டுக. இங்கே $\alpha=\tan^{-1}\left(\dfrac{w}{l}\right)$

$u=vSin\alpha$ எனின்;> வீதி தொடர்பாகக் காரின் இயக்கத்திசையுடன் கோணம் $\dfrac{\pi}{2}-\alpha$ வை ஆக்கும் திசை வழியே வீதி தொடர்பாக நடந்து செல்வதன் மூலம் பாதசாரி காருக்கு மட்டுமட்டாக முன்பாக வீதியைக் கடக்கலாமெனக் காட்டுக.

20.. C அகலம் கொண்ட ஒரு நேர் வீதியில் b அகலம் கொண்ட பஸ் வண்டிகள் ஒன்றின் பின் ஒன்றாக ஒரு கோட்டில் நடைபாதை விளிம்பின் அருகோடு ஓடிக்கொண்டிருக்கின்றன. ஒவ்வொன்றினதும் வேகம் V எவையேனும் இரு வண்டிகளுக்கு இடைத்தூரம் a ஆகும்.நடைபாதை விளிம்பின் ஓரத்தில் நிற்கும் ஒரு பாதசாரி வீயை ஆபத்தின்றி மிகக்குறைந்த வேகத்துடன் நேர் கோட்டில் கடப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\dfrac{c}{v}\left[\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\right]$எனக் காட்டுக.

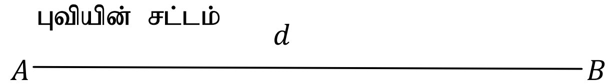
21. அகலம் bயை உடைய ஒரு வான் சீரான வேகம் uஉடன் ஒரு நேர் வீதி வழியே வீதியோர நடைபாதையை மட்டுமட்டாகத் தொட்டுக்கொண்டு அதற்குச் சமாந்தரமாகச் செல்கின்றது.சிறுவன் ஒருவன் வானிற்குமுன்னால் தூரம் dயில் உள்ள ஒரு புள்ளியில் நடைபாதையிலிருந்து வீதியில் இறங்கி வானின் இயக்கத் திசையுடன் ஒரு கூர்ங்கோணம் α வை ஆக்குகின்ற திசையில் சீரான வேகம் $v(<u\sec\alpha)$ உடன் நடக்கின்றான். சிறுவன் வானினால் மோதப்படாமல் மட்டுமட்டாகத் தப்பினால்

, $bu = (b\cos\alpha + d\sin\alpha)v$எனக் காட்டுக. (2013)

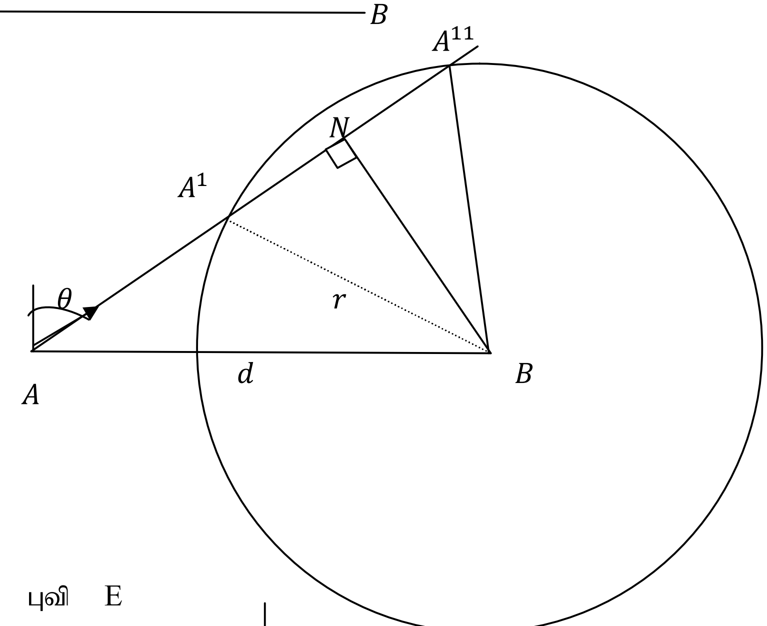
உ-ம் 10.

ஒரு போர்க்கப்பல் A அமைதியான கடலில் u kmph மாறாக்கதியுடன் நேர் வடக்காகச் செல்கிறது. ஒரு குறித்த கணத்தில் கப்பல் B ஆனது A இற்கு நேர் கிழக்கே d km தூரத்திலிருந்தது. அக்கணத்தில் B யானது அதன் இயக்க திசையை பொருத்தமாக மாற்றி A யினை இயன்றளவு மிக நெருங்கித் தாக்கும் நோக்குடன் செல்கிறது. B இன் அதி கூடிய கதி v kmph $v(<u)$ஆகும். இரு கப்பலினதும் குண்டுவீச்சுத்தூரம் r மைல்களாகும். இக்கப்பல்கள் மிகக் கிட்டிய தூரத்தில் வரும்போது மட்டுமட்டாகவே ஒன்றையொன்று தாக்கும் நிலை எனின் $r^2u^2 = d^2(u^2 - v^2)$என நிறுவுக. A இற்கு மிகக் கிட்ட வர B எடுத்த நேரம் என்ன? A, B யின் ஆரம்ப நிலைகளையும் மிகக் கிட்ட உள்ளபோது அவற்றின் நிலைகளையும், புவியின் மாட்டேற்றுச் சட்டத்தில் குறித்துக் காட்டுக.

புவியின் சட்டம்

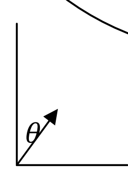


Bஇன் சட்டம்



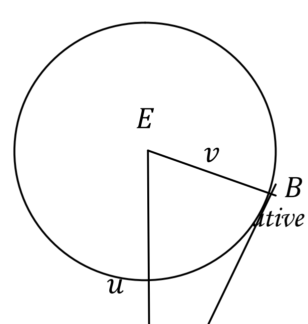
கப்பல்கள் A,B புவி E

V_{AE} ↑ u V_{BE} - v V_{AB}



இங்கு θ இயன்றளவு பெரிது

$V_{BA} = V_{BE} + V_{EA}$



சார்பு வேக முக்கோணி

மிகக்கிட்டிய தூரம் $=BA^1 = d\cos\theta = d\frac{\sqrt{u^2-v^2}}{u}$

மட்டுமட்டாகத தாக்கும் நிலையில் $r \underset{\theta}{=} d\cos\theta = d\frac{\sqrt{u^2-v^2}}{u}$

$$r^2u^2 = d^2(u^2-v^2)$$

கிட்ட வர எடுக்கும் நேரம் T=$\frac{AN}{u\cos\theta} \overset{A}{=} \frac{d\sin\theta}{u\cos\theta} = \frac{d\tan}{u}$

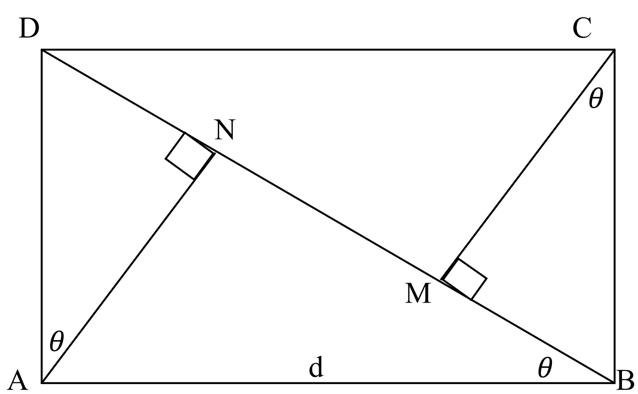
$$=\frac{dv}{u\sqrt{u^2-v^2}}$$

குறிப்பு : ஆபத்திலிருக்கும் நேரம் $=\frac{A^1A^{11}}{u\cos\theta} = \frac{2\sqrt{r^2-d^2cos^2\theta}}{u\cos\theta}$

மிகக் கிட்ட உள்ளபோது புவியின் சட்டத்தில்

Aவடக்காக சென்ற தூரம் $=uT = u\frac{d\tan\theta}{u} = d\tan\theta$

B ,கிθவ திசையில் சென்ற தூரம் = vT =$\frac{vd\tan\theta}{u} = d\tan\theta\sin\theta$



$AD = d\tan\theta = BC.$,

ஆகவே A ஆனது D இல் இருக்கும்

$$BM = BC\sin\theta = d\tan\theta\sin\theta$$

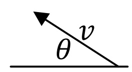
ஆகவே B ஆனது M இல் இருக்கும்

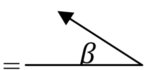
உதாரணம்.11. A, B எனும் இரு கப்பல்கள் u என்னும் ஒரே வேகத்துடன் வடக்கு நோக்கி நேர்கோட்டில் செல்கின்றன. C என்ற மூன்றாவது கப்பல் A இற்கு பின்னால் செல்லும் B இற்கு நேர் கிழக்கே d தூரத்தில் $v(>u)$ என்ற வேகத்துடன் செல்கிறது. Aஇற்கும் B இற்கும் இடையிலுள்ள தூரம் ℓ ஆயின் C, A இற்கும் B இற்கும் குறுக்கே செல்ல வேண்டிய நிபந்தனை :

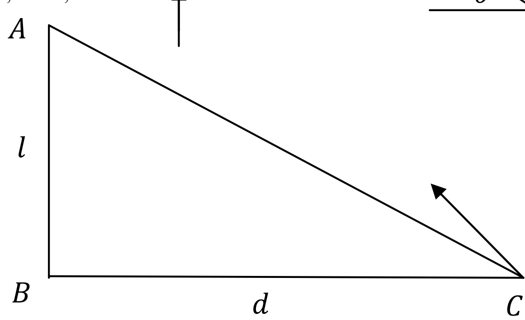
$\mathrm{Sin}^{-1}\left(\frac{u}{v}\right) \le \theta \le Sin^{-1}\frac{ud}{v\sqrt{\ell^2+d^2}} + Sin^{-1}\frac{\ell}{\sqrt{\ell^2+d^2}}$ எனக் காட்டுக. இங்கு θ என்பது தரப்பட்ட கணத்தில் C ஆனது BC யுடன் ஆக்கும் கோணம்.

புவியின் சட்டம்

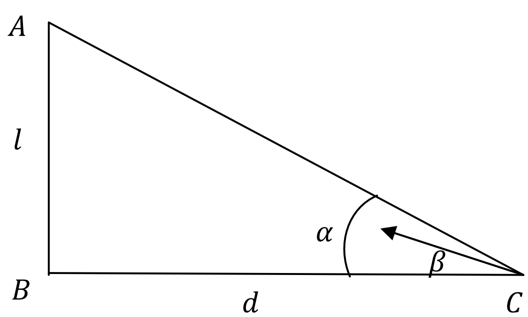
கப்பல்கள் - A,B,C ,புவி –E

V_{AE}, V_{BE} ,= u  V_{CE} = 

V_{CB} = 

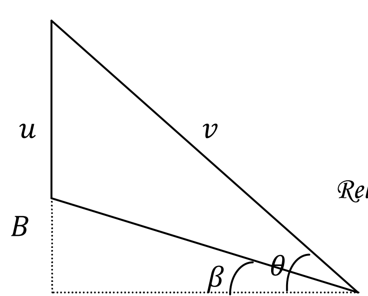


B இன் சட்டத்தில்



1. A க்கும் B இக்கும் இடையே C செல்வதற்கு $0 < \beta < \alpha$ ஆக இருக்க வேண்டும்

சார்பு வேக முக்கோணி



$V_{CB} = V_{CE} + V_{EB}$

$$E$$
$$EM = v\sin\theta$$

$$CM = v\cos\theta$$

$$\tan\beta = \frac{v\sin\theta - u}{v\cos\theta}$$

$$0 < \beta < \alpha$$

$\tan 0 < \tan\beta < \tan\alpha$

$$0 < \frac{v\sin\theta - u}{v\cos\theta} < \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$\Rightarrow 0 < \frac{v\sin\theta - u}{v\cos\theta}$ and $\frac{v\sin\theta}{v\cos\theta} < \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\Rightarrow 0 < v\sin\theta - u \quad and \quad v\sin\theta\cos\alpha - u\cos\alpha < v\cos\theta\sin\alpha$

$$\Rightarrow \left(\frac{u}{v}\right) < \sin\theta \quad and \quad v\sin(\theta - \alpha) < u\cos\alpha$$

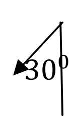
$\Rightarrow \sin^{-1}\left(\frac{u}{v}\right) < \theta$ and $\theta - \alpha < \sin^{-1}\left(\frac{u\cos\alpha}{v}\right)$

$\Rightarrow \sin^{-1}\left(\frac{u}{v}\right) < \theta < \sin^{-1}\left(\frac{u\cos\alpha}{v}\right) + \alpha$

$\sin^{-1}\left(\frac{u}{v}\right) < \theta < \sin^{-1}\left(\frac{ud}{v\sqrt{d^2+l^2}}\right) + \sin^{-1}\frac{l}{\sqrt{d^2+l^2}}$

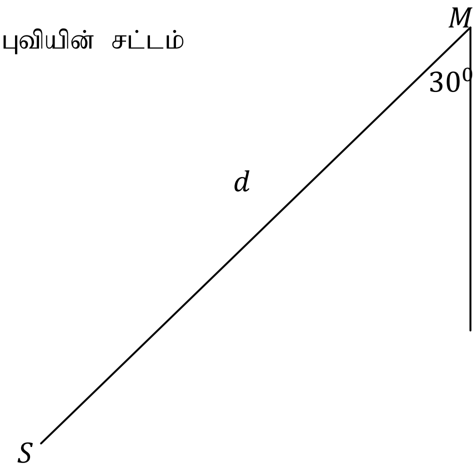
உ-ம் 12. கதி $u\,kmh^{-1}$ உடன் செல்லும் நீர்மூழ்கிக்கப்பல் ஒன்று தெற்கின் 30^0 மேற்கு என்னும் திசையில் d km தூரத்தில் ஒரு கப்பல் இருப்பதைக் காண்கின்றது. கப்பல் வேகம் $v\,kmh^{-1}$ உடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கின்றது இங்கு ($u \langle v \langle 2u$.) கப்பல் தொடர்பான நீர்மூழ்கிக்கப்பலின் இயக்கத்தைக் கருதுவதன் மூலம், கப்பலை இடைமறிப்பதற்கு நீர்மூழ்கிக்கப்பல் இரு திசைகளில் ஒன்றில் செல்லலாமெனக் காட்டி, இவ்விரு திசைகளுக்கும் இடையேயுள்ள கோணத்தைக் காண்க. மேலும் ஒத்த நேரங்கள் $\frac{d\sqrt{4u^2 - v^2}}{v^2 - u^2}$ மணித்தியாலங்களினால் வித்தியாசப்படுகின்றனவெனக் காட்டுக. (2009Aug)

கப்பல் - S , நீர்மூழ்கி -M , புவி –E

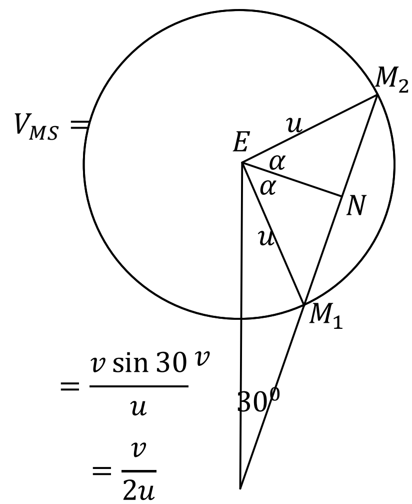


$V_{SE} = v$ $\qquad V_{ME} = u V_{MS} =$

புவியின் சட்டம்



சார்பு வேக முக்கோணி



$\cos\alpha = \frac{EN}{u}$

$$= \frac{v\sin 30}{u}$$

$$= \frac{v}{2u}$$

நீர்மூழ்கி செல்ல வேண்டிய திசைகள்

$\overrightarrow{M_1E}, \overrightarrow{M_2E}$ ஆகும்

இவற்றிற்கிடையான கோணம் 2α ஆகும்

அதாவது$2\cos^{-1}\frac{v}{2u}$ ஆகும் $\qquad S$

இடைமறிப்பதற்கு எடுக்கும் நேரங்கள் முறையே $t_1, t_2,$ என்க

$$M_1S = \omega_1 = v\cos 30 - \sqrt{u^2 - v^2 sin^2 30}$$

$$M_2S = \omega_2 = v\cos 30 + \sqrt{u^2 - v^2 sin^2 30}$$

$$t_{1,} = \frac{d}{\omega_1} \qquad , t_{2,} = \frac{d}{\omega_2}$$

$$t_1 - t_2 = \frac{d(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_1\omega_2}$$

$$= \frac{d.2\sqrt{u^2 - v^2 sin^2 30}}{v^2 - u^2}$$

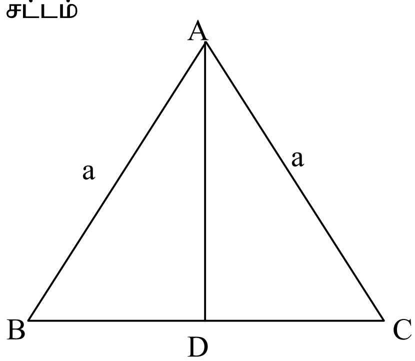
$$= \frac{d\sqrt{4u^2 - v^2}}{v^2 - u^2}$$

உதாரணம்13.. X, Y, Z vd;w %d;W gwitfs; KiwNa A, B, C vd;w ku cr;rpfspy; ,Uf;fpd;wd. A, B, C xNu fpilj;jsj;jpy; cs;sd. $AB = BC = CA = a$ kPw;wu; MFk;. xt;nthU gwitapd; fjpAk; mirah topapy; vms^{-1} MFk;. Xu; cWjpahd fpilf;fhw;W $u(< v)ms^{-1}$ fjpAld; ,ilak; AD ,d; jpirapy; tPRfpd;wJ. ,q;F D vd;gJ BC ,d; eLg;Gs;sp> gwitfs; X, Y, Z xNu rkaj;jpy; $(t = 0)A, B, C$ I tpl;L ePq;fp rPuhd fjpAld; AB, BC, CA Mfpa ghijfspy; gwe;J B, C, A vd;gtw;wpy; KiwNa t_1, t_2, t_3 nrf;fd;fspd; gpd;du; mku;fpd;wd. t_1, t_2, t_3 If; fz;L

(i) $t_1 < t_2 > t_3$ vdTk; (ii) $t_3 - t_1 = \frac{\sqrt{3}au}{v^2 - u^2}$ vdTk; fhl;Lf.

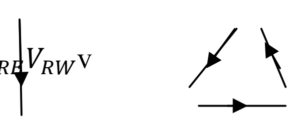
பறவை–R (X,Y,Z) காற்று – W புவி - E

புவியின் சட்டம்



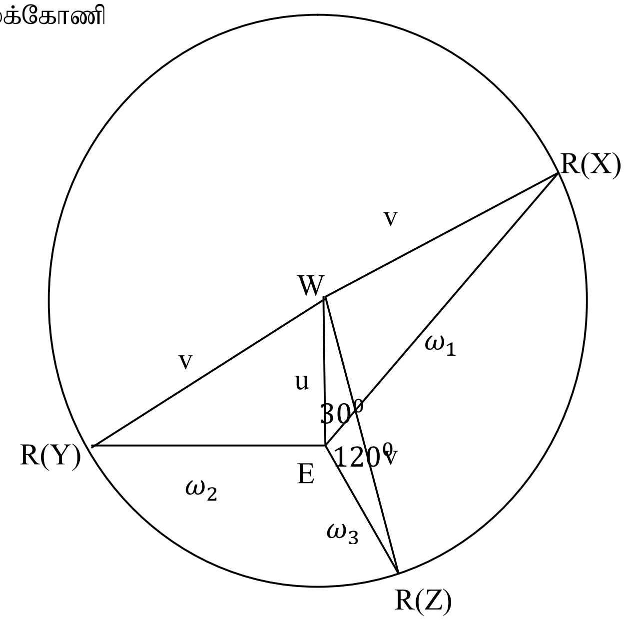
a

V_{WE} u V_{RE} V_{RW} v



$V_{RE} = V_{RW} + V_{WE}$

ω_1
சார்பு வேக முக்கோணி



முக்கோணி WEX இல் $v^2 = \omega_1^2 + u^2 - 2u\omega_1 \cos 30$

$$\omega_1^2 - \sqrt{3}u\omega_1 + u^2 - v^2 = 0$$

$$\omega_1 = \frac{\sqrt{3}u \pm \sqrt{4v^2 - u^2}}{2}$$

$v > u \Rightarrow$ $$\omega_1 = \frac{\sqrt{3}u + \sqrt{4v^2 - u^2}}{2}$$

இவ்வாறே $$\omega_3 = \frac{-\sqrt{3}u + \sqrt{4v^2 - u^2}}{2}$$

$$\omega_2 = \sqrt{v^2 - u^2}$$

$$t_1 = \frac{a}{\omega_1} \quad , t_2 = \frac{a}{\omega_2} \quad , t_3 = \frac{a}{\omega_3}$$

$t_2 - t_1 = a\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 \omega_2}\right) > 0$ ஏனெனில் $\omega_1 > \omega_2$(v > u)

$\therefore t_2 > t_1$ இவ்வாறே $t_2 > t_3$ எனக் காட்டலாம்

$$t_3 - t_1 = a\left(\frac{\omega_1 - \omega_3}{\omega_1 \omega_3}\right)$$

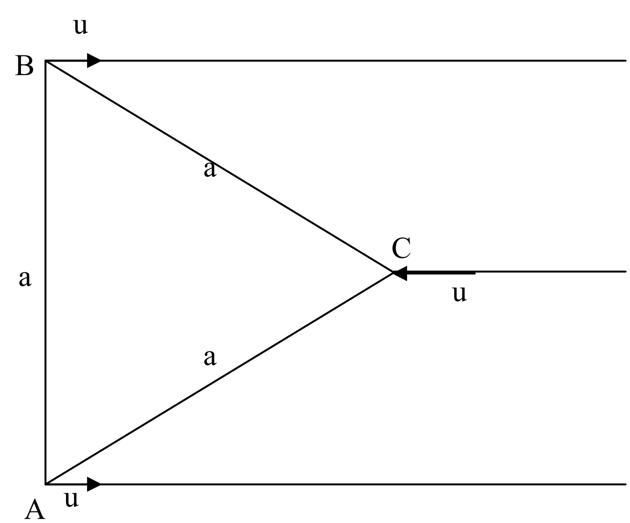
$$= \frac{\sqrt{3}ua}{v^2 - u^2}$$

உதாரணம்14.

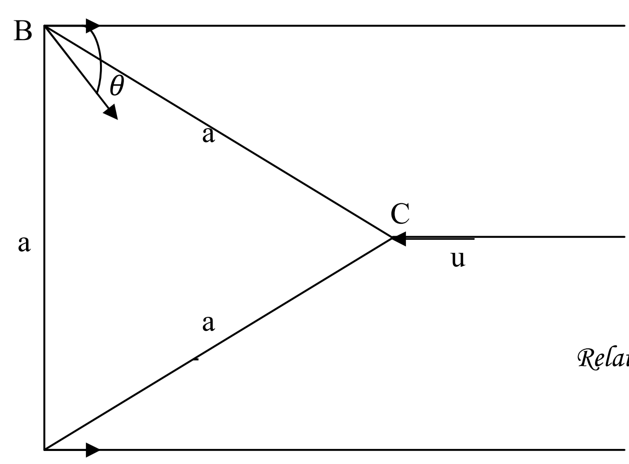
ஓர் உதைபந்தாட்ட நிகழ்ச்சி ஒன்றில் A, B என்பவர்கள் ஓர் அணியையும்,C என்பவர் எதிர் அணியையும் சேர்ந்துள்ளனர்.Aஉம்,B உம் சமாந்தரமான பாதைகளில் ஒரே கதி U உடன் ஓடிக்கொண்டிருக்கின்றார்கள். C என்பவர் இவர்களுக்கிடையில் சரிநடுவில் சமாந்தரமாக, ஆனால் எதிர்த்திசையில் U என்ற அதே கதியுடன் ஓடி வருகின்றனர். ஒரு கணத்தில் இம்மூவருக்குமிடைப்பட்ட தூரங்கள் சமனாயிருக்கும் போது B என்பவருக்கு பந்து கிடைக்கின்றது. அவர் அதை C பெறாமல் A என்பவருக்கு அடிக்கின்றார். பந்து அடிக்கப்பட்ட வேகம் v ஆயின், $v > \sqrt{\frac{7}{3}}u$ எனக் காட்டுக.

வீரர்கள் - A,C பந்து - B புவி – E

புவியின் சட்டம்



C இன் சட்டத்தில்



V_{AE} $\xrightarrow{u}$ V_{CE} $\xleftarrow{u}$ V_{BC} θ

V_{BA} $\downarrow$ (பந்து A க்கு கிடைப்பதற்கு)

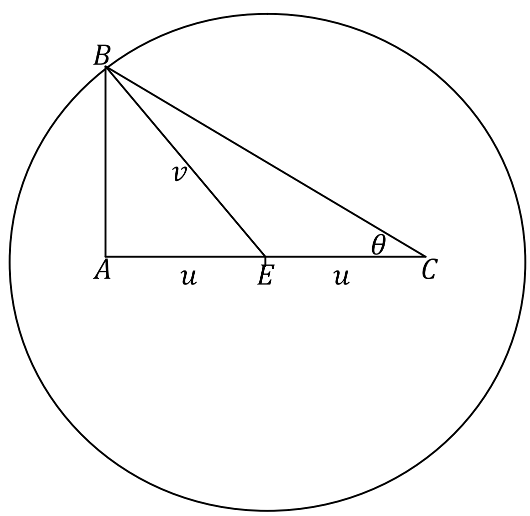
V_{BE} v

சார்பு வேக முக்கோணிகள்

$$V_{BA} = V_{BE} + V_{EA}$$

$V_{BC} = V_{BE} + V_{EC}$

u



பந்து C க்கு கிடைக்காது A க்கு கிடைப்பதற்கு $\theta > 30^0$ ஆகவேண்டும்

$$\tan\theta > \tan 30$$

$$\frac{\sqrt{v^2 - u^2}}{2u} > \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$3(v^2 - u^2) > 4u^2$$

$$3v^2 > 7u^2$$

$v > \sqrt{\frac{7}{3}}u$

22…திறந்த வெளியில் நிற்கும் ஒரு குதிரை ஓட்டி நேர்த்தண்டவாளம் வழியே இயங்கிக்கொண்டிருக்கும் புகையிரதத்தை நிற்பாட்ட விரும்புகிறார். ஆனால் புகையிரதத்தின் கதி V ஆனது, அவனது கதி U விலும் மிகக்கூடியதொகையால் அவன் புகையிரதம் முன்பாக செல்ல முடியாதாகையால் சைகை காட்டி நிற்பாட்ட விரும்புகிறார். அவரது ஆரம்ப நிலை R அக்கணத்தில் புகையிரதத்தின் நிலை T , N என்பது R இலிருந்து புகையிரதத்தின் பாதைக்கு வரையப்படும் செங்குத்தனி அடி ஆகும். N ஆனது T இன் முன்பாகவுள்ளது. அவரால் சைகை காட்டக்கூடிய அதிகூடிய தூரம் S எனின், $S > RN\left[\sqrt{1-\left(\frac{u}{v}\right)^2}\right] - TN\left(u/v\right)$

23. அசையா நீரிலே U என்னும் கதியுடைய பையன் ஒருவன் $v(< u)$ எனும் கதியுடன் பாய்கின்ற ஒரு ஆற்றின் கரையிலுள்ள A எனும் புள்ளியிலிருந்து எதிர்க்கரையிலுள்ள நேரெதிரான புள்ளி B இற்கு நீந்திச் செல்ல விரும்புகிறான். அவன் எத்திசையை நோக்கி தன்னை வைத்திருத்தல் வேண்டும் எனக் காட்டுக.

பையன் இருக்கும் அதே கரையில் ஆற்றின் நீரோட்டத் திசைப் பக்கத்திலே C என்னும் புள்ளியில் ஒரு முதலை இருக்கிறது. பையன் ஆற்றினுள் குதித்த அதே கணத்தில் பையனும் தானும் அடைந்து கொண்டிருக்கையிலே பையனை இடைமறிக்கும் நோக்குடன் முதலையும், நீந்தத் தொடங்குகிறது. அசையா நீரிலே முதலையின் கதி $w(> u)$ எனக் கொண்டு, எத்திசையை நோக்கி முதலை தன்னை வைத்திருத்தல் வேண்டும் எனக் காண்க. இவ்வகையில் பையனை இடைமறிப்பதற்கு முதலை எடுக்கும் நேரம் $\left(\dfrac{AC}{\sqrt{v^2 + w^2 - u^2} - v}\right)$

24. நிலையான நீரில், மனிதன் ஒருவன் படகொன்றை உறுதியான கதி Usm^{-1} உடன் வலிக்க முடியும். நாயொன்று உறுதியான கதி wms^{-1}உடன் நீந்த முடியும். a, m அகலமான Vms^{-1}எனும் உறுதியான வேகத்துடன் பாயும் நேரிய ஆறு ஒன்றின் கரையிலுள்ள புள்ளி A யில் மனிதன் நிற்கிறான். அதே கரையிலுள்ள புள்ளி B இல் நாய் நிற்கிறது. A, B dm நீறமானதும் $v(v < u < w)$இன் திசையிலுள்ளதும் ஆகும். A இற்கு நேரெதிரே மற்றக்கரையிலள்ள புள்ளி C ஐ அடையும் வண்ணம் மனிதன் தன் படகை வலிக்கிறான். A யிலிருந்து C இற்கு அவன் செல்ல எடுத்த நேரம் $\dfrac{d\sqrt{u^2 - v^2}}{\sqrt{v^2 - u^2 + w^2} - v}$ m தூரத்திலுள்ள புள்ளி D இல், இத்தூரம் a யிலும் குறைவாக இருக்கும் ஆகில் நாய் மனிதனை சந்திக்கும் என நிறுவுக.

25. வடக்கு நோக்கி கப்பலொன்று ஒரு நேர்ப்பாதை வழியே U மைல் / மணி எனும் ஒருமைக்கதியுடன் செல்கிறது. நேரம் t = 0 இல் எதிரி நீர் மூழ்கியொன்று இக்கப்பல் சார்பாக வடக்கிற்கு கிழக்கே கோணம் θ^0 அமையும் திசையில் d மைல் தூரத்திலே தோன்றுகிறது. நீர்மூழ்கியின் அதிஉயர்வான கதி v மைல் / மணி ஆகும். $v < u$ சைன், θ ஆயின் நீர்மூழ்கியானது கப்பலைத் தடைசெய்ய இயலாது எனக் காட்டுக.

U சைன் $0 < V < U$ ஆயின் $t, = t_1, t = t_2$ என்பவற்றுக்கிடையேயான எந்தவொரு கணத்திலும் நீர்மூழ்கியானது கப்பலைத் தடை செய்யக்கூடும் எனக்காட்டி t_1, t_2 என்பவற்றைக் கணிக்க. $t_2 - t_1$ எனும் நேர இடைவேளையைக் கணிக்க.

26. ஆற்றங்கரையொன்றில் A என்னும் புள்ளியலுள்ள ஒரு மனிதன், ஆற்றின் மேற்பாகத்தில் மறு கரையிலுள்ள B என்னும் புள்ளியை அடைய விரும்புகிறான். அதன் நேரிய சமாந்தரமான கரைகளுக்கிடையே அடங்கலும், நீரானது ஒரே வேகத்துடன் பாய்கின்றது எனக் கொண்டு A யிலிருந்து நேராக B யிற்கு துடுப்பு வலித்துச் செல்வதற்கு அவன் படகை எத்திசையை நோக்கி வைத்திருத்தல் வேண்டும்?

அவன் தடுப்பு வலிக்கும் போது சீராக உருற்றியும் எதிர்க்கரையை C என்னும் புள்ளியிற் சென்றடையும் வரை தனது படகை AB இற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நிலையான திசையை நோக்கியவாறு வைத்தும் சென்று, பின்னர் B ஐ அடையும் வரை கரை வழியே துடுப்பு வலித்தும் சென்றால், எடுக்கும் மொத்த நேரமானது அவன் நீரோட்டத்திற்கெதிராக AB என்னும் தூரத்தை துடுப்பு வலித்துச் சென்றிருந்தால் எடுத்திருக்கக்கூடிய அதே நேரமாகுமெனக் காட்டுக.

28. B அகலமான நேர்க்கரைகளை உடைய ஓர் ஆறு w என்னும் மாறாக் கதியில் பாய்கின்றது. x என்பது ஆற்றின் கரையில் உள்ள ஓர் புள்ளி y என்பது ஆற்றுக்கு நேர் எதிரே மற்றைய கரையிலுள்ள புள்ளியாகும். நிலையான ஒரு பையன் $v(< w)$ என்ற கதியில் நீந்த முடியும். ஆறு பாயும் திசைக்கு எதிர்த்திசையுடன் θ என்னும் கோணம் அமைய அவன் x இலிருந்து நீந்துகிறான். கரைகளுக்குச் சார்பாக அப்பையனுடைய வேகத்தைக் காண்க.

அவன் ஆறு பாயும் திசையில் எதிர்க்கரையிலுள்ள z என்னும் புள்ளியை அடைகிறான். அதன் கரையோரமாக ஆறு பாயும் திசைக்கு எதிர்த்திசையில் z இலிருந்து y இற்கு u என்னும் கதியுடன் ஓடுகின்றான். அவன் y ஐ அடைவதற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரம் T ஆனது பின்வரும் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

$T = \frac{b}{av}\left[(u+w)\operatorname{cosec}\theta - v\cot\theta\right]$ ஆறு பாயும் திசையுடன் $Cos^{-1}\left(\frac{v}{u+w}\right)$ என்னும் கோணத்தில் அவன் நீந்தினால் T இன் பெறுமானம் அதி குறைந்தது எனக் காட்டுக.

29. நேரான சமாந்தரமான கரைகளையுடைய ஓர் ஆறு u அடி/ செக். என்ற மாறாக் கதியுடன் பாய்கிறது. தண்ணீர் தொடர்பாக நேர்ப்பாதையில் $v(v>u)$ என்ற கதியுடன் படகைச் செலுத்தும் ஒரு படகோட்டி ஒருவன் ஒரு கரையிலுள்ள A என்னும் புள்ளியிலிருந்து புறப்பட்டு நீரோட்டத்திற்கு எதிர் வழியாக ஆற்றைக் கடந்து மறு கரையிலுள்ள B என்னும் புள்ளியை அடைய விரும்புகிறான். A இற்கும்,B இற்கும் இடையிலுள்ள தூரம் C அடி. AB என்ற நேர்வரை ஆற்றின் கரையுடன் θ என்ற கூர்ங்கோணத்தை ஆக்குகின்றது. படகு AB இற்கு சமாந்தரமான திசையை நோக்கி இருக்கும் பொருட்டு படகோட்டி தன்னைச் சீராக உஞற்றிப் படகைச் செலுத்துகின்றான். கரை தொடர்பாக படகோட்டியின் பாதையை வரைக. அவன் எதிர்க் கரையை C என்ற புள்ளியில் அடைந்து கரை வழியே சென்று B ஐ அடைந்தால் அவன் முழுப்பிரயாணத்திற்கும் எடுத்த மொத்த நேரம் $\frac{c}{v-u}$ எனக் காட்டுக.

30. ஒரு ஆகாய விமானம் அசையா வளியில் v கதியுடன் பறக்கவல்லது. காற்று வீசாத போது ஒரு சமபக்க முக்கோண வடிவிலுள்ள ஓர் சீர்ப்பாதையை T நேரத்தில் பறக்கிறது. முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கத்திற்கு செங்குத்தான திசையில் காற்று $kv(k<1)$ எனும் வேகத்துடன் வீசும் போது, ஆகாய விமானம் அதே பாதையில் பறக்கிறது. தற்போது எடுத்த நேரம் $T\left[\frac{(1-K^2)^{1/2}+(4-K^2)^{1/2}}{3(1-K^2)}\right]$ எனக் காட்டுக.

31. ஒரு நாசகாரிக் கப்பல் மாறாக் கதியுடன் ஒரு நேரான பாதையில் சென்று கொண்டிருக்கின்றது. ஒரு நாள் அதற்குப் பக்கமாக dkm தூரத்தில் எதிரிக் கப்பலொன்று காணப்பட்டது. அக்கப்பல் வடக்கு நோக்கி மாறாக்கதி U km / hயுடன் இயங்கிக் கொண்டிருக்கிறது. நாசகாரிக் கப்பலின் அதி கூடிய கதி $v(<u)km/$ மணி ஆகும். அதிலுள்ள பீரங்கிகளின் சூழல் வீச்சு D மைல் ஆகவும் இருப்பின் தொடர்பு வேகக் கோட்பாட்டை உபயோகித்து $U^2D^2 < d^2\left(u^2-v^2\right)$ ஆக இருந்தால் எதிரிக் கப்பல் அபாய நிலையிலிருந்து தப்பும் எனக் காட்டுக.

32. இரு நேர் வீதிகள் ஒன்றையொன்று α கோணத்தில் சந்திக்கின்றது. ஒரு வீதியில் ஓடிக்கொண்டிருக்கும் மோட்டார் வாகனம் சந்தியை u மைல் / மணி கதியுடன் அணுகிக் கொண்டிருக்கிறது. அது சந்தியிலிருந்து a மைல் தூரத்தில் இருக்கும் போது வேறோர் வாகனம் சந்தியிலிருந்து b மைல் தூரத்தில் v

மைல் / மணிக்கதியுடன் சந்தியை அணுகிக் கொண்டிருக்கிறது. பின்னாடிய இயக்கத்தில் இரு வண்டிகளுக்கும் இடையே உள்ள அதி குறைந்த தூரம் $\dfrac{(av-bu)\ Sin\ \alpha}{u^2+v^2-2uv\ Cos\ \alpha}$ எனக் காட்டுக.

34. ஒரு நாசகாரிக் கப்பல் வடக்கு நோக்கி V வேகத்துடன் செல்கிறது. ஒரு கணத்தில் அதற்கு நேர்கிழக்கே d தூரத்தில் எதிரிக்கப்பல் ஒன்று வடக்கு θ மேற்குத் திசையில் U வேகத்துடுன் செல்கிறது. $(V > U\cos\theta)$

iv. A தொடர்பானB இன் வேகத்தை பருமனிலும் திசையிலும் காண்க.

v. இரு கப்பல்களுக்கிடையிலான மிகக்குறுகிய தூரத்தைக் காண்க.

vi. நாசகாரியின் குண்டு வீச்சு R ஆயின் எதிரிக்கப்பல் தப்புவதற்கு வேண்டிய நிபந்தனை. $R < \dfrac{(V-u\ \text{கோசை}\ \theta)d}{\sqrt{V^2+u^2-2uv\ Cos\ \theta}}$ எனக் காட்டுக.

35.A, Bஎன்பன B, A க்கு நேர் கிழக்கே உள்ளதாயும் a மைல் கிடைத்தூரம் கொண்டதாயும் உளள் இரு புள்ளிகளாகும். ஒரு ஆகாயக் கப்பல் A யிலிருந்து B க்குப் போய் பின் திரும்ப A க்கு வருகிறது. காற்று Vm Ph கதியுடன் தென்மேற்கில் இருந்து வீசுகிறது. கப்பலில் நிலத்தொடர்பாக வேகங்கள் A யிலிருந்து Bக்கும் B யிலிருந்து A க்கும் முறையே U_1 , U_2ஆகும். காற்று சார்பாக கப்பலின் வேகம் Ukmph ஆயின் $(U > V)$

vii. $U_1\ V_2 = \sqrt{2v}$ எனவும்

viii. $U_1\ \ U_2 = (U^2 - V^2)$எனவும் காட்டுக.

36. உறுதியான மழையினால் நிலைக்குத்தாக பராசூட்டில் இறக்கும் ஒரு மனிதனின் கதி V_1ஆகும் போது மழையானது நிலைக்குத்துடன் α ஆக்குவதை அவதானிக்கிறான். அவன் கதி V_2ஆகும் போது மழையானது நிலைக்குத்துடன் β ஐ ஆக்குவது போல் தோன்றுகிறது. மழை நிலைக்குத்துடன் உண்மையாகக் θஐ ஆக்கினால் $(V_2 - V_1)\cot\theta = V_2\ \cot\ \alpha - V_1\ \cot\beta$ எனக் காட்டுக.

37. அமைதியான வளியில் V கதியும் பறக்கும் வானூர்தி வடக்கு θ கிழக்கு திசையில் இருந்து u வேகத்துடன் வீசும் காற்றில் A யில் இருந்து வடக்கு நோக்கிக் கிடையாகப் பறந்து B க்குச் செல்கிறது. AB = a ஆயின் எடுக்கப்பட்ட நேரம் $\dfrac{a}{v^2-u^2}\left\{\sqrt{v^2-u^2\sin^2\theta}+u\ \cos\theta\right\}$ எனக் காட்டுக.

விமானத்தின் முழுப் பிரயாணமும் A B C D என்னும் சதுரவடிவில் உள்ள பாதையில் அமையுமாயின் மூலைகளில் நேரம் இழுக்கப்படவில்லையெனவும் காற்றின் வேகம் மாறவில்லை எனவும் கொண்டு முழுத்தூரத்தையும் பறக்க எடுத்த நேரம்

$$\frac{2a}{\left(v^2-u^2\right)} \quad \left\{\sqrt{v^2-u^2\sin^2\theta} + \sqrt{v^2-u^2\cos^2\theta}\right\}$$ எனக் காட்டுக.

38. ஒரு கப்பல் u என்னும் சீர்க் கதியுடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்கிறது. இக் கப்பலிலிருந்து ஒரு திருகு வானூர்தி (Helicopter) ஒரு சிறு தீவிற்குப் பறந்து உடனே அக் கப்பலுக்குத் திரும்புகின்றது. பறத்தல் முழுவதற்கும் அத் திருகு வானூர்தி, கப்பலுக்குத் தொடர்பான ஓர் சீர் கதி u உடன் வடக்கின் மேற்கே வடக்குடன் கோணம் α ஆக்கும் நேர்க் கிடைக் கோட்டில் செல்கிறது. புறமுக பறத்தலினதும், திரும்பிய பறத்தலினதும் வேக முக்கோணிகளை ஒரே படத்தில் வரைக. அதிலிருந்தோ அல்லது வேறுவிதமாகவோ திருகு வானூர்தி பறக்கும் போது அத் தீவிலிருந்து அவதானிக்கப்படும் அதன் வேகம் ஒரு செங்கோணத்தினால் திரும்பும் எனக் காட்டுக. அக்கப்பல் செல்லும் வழிக்கும், அத்தீவிற்கும் இடையே உள்ள தூரம் d எனின் அத் திருகு வானூர்தி முழுப் பறத்தலுக்கும் செலவழித்த மொத்த நேரம் $\dfrac{2d}{U\sin\alpha}$ எனக் காட்டுக.

39. கப்பலொன்று நேர் வடகிழக்குத் திசையில் 24 நொற்று (கடல் மை / மணி) கதியிற் செல்கிறது. இன்னொரு கப்பல் 16 நொற்றுக் கதியில் நேர் வடமேற்குத் திசையில் செல்கிறது. மூன்றாம் கப்பலொன்று முதலாம் கப்பலோட்டிகளுக்கு மேற்குத் திசையிலே செல்வதைப் போலவும், இரண்டாம் கப்பலோட்டிகளுக்கு கிழக்குக்கு 15^0வடக்கான திசையிலே செல்வதைப் போலவும் தோன்றுகின்றது. மூன்றாம் கப்பலின் கதியையும் செல் வழியையும் காண்க.

40. அகலம் d யைஉடைய நேரிய ஆறு ஒன்றிலே நீர் சீர் வேகம் u உடன் பாய்கின்றது. நீர் தொடர்பாகக் கதி v யில் நீந்தத்தக்க மனிதன் ஒருவன் ஆற்றங்கரைக்குச் செங்குத்தாக ஆற்றுக்கு நேர் குறுக்கே இயங்குமாறு நீந்துகின்றான். அவன் ஆற்றுக்குக் குறுக்கே நீந்துவதற்கு எடுக்கும் நேரம் T யைக் காண்க. அவன் ஆற்றங்கரைக்குச் சமாந்தரமாக d தூரம் நீரோட்டத்திற்கு எதிராக நீந்திச் சென்று தொடக்கத் தானத்துக்குத் திரும்பி நீந்தி வருவதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\dfrac{2vT}{\sqrt{v^2-u^2}}$ எனக்காட்டுக. u வைக் காட்டிலும் v பெரிதாக இருக்க வேண்டியது ஏன்?

41. xU ehrfhhp tlf;F Nehf;fp u nehl;Lf;fs; vd;w fjpAld; nry;fpwJ. xU ehs; eL ,uT ehrfhhpf;Fk; fpof;Nf d nehl;bf;fy; iky;fspw;F mg;ghy; vjphpf;fg;gnyhd;W fhzg;gl;lJ. vjphpf;fg;gy; tlf;fpypUe;J θ Nkw;F vDk; jpirapNy v nehl;Lf;fs; $\left(v\cos\theta > u\right)$ vd;w fjpAld; nry;fpd;wJ. njhlh;G Ntfj;ijg;ghtpj;J ehrfhhp njhlh;ghd vjphpf;fg;gypd; Ntfj;ijf; fhz;f. ehrfhhp njhlh;ghd vjphpf;fg;gypd; ghijiaAk; tiuf. $\dfrac{dv\sin\theta}{v^2+u^2-2uv\cos\theta}$ kzpf;F mit kpff;fpl;ba J}ukhfpa $\dfrac{d(v\cos\theta-u)}{\sqrt{v^2+u^2}-2uv\cos\theta}$ J}uj;jpypUf;FnkdTk; fhl;Lf

42.Mfha tpkhdk; xd;W mirahj tspapy; khwhf; fjp v ,y; gwf;fj;jf;fJ. fhw;W ,y;yhj NghJ mJ xU rkgf;f Kf;Nfhz ABC tbtj;jpYs;s Xu; fpilg; ghijapy; nry;tjw;F Neuk; T vLf;fpd;wJ. AB nrq;Fj;jhd jpirapy; fjp kv cld; fpilf; fhw;W tPRk; NghJ Mfha tpkhdk; mNj ghijapy; gwf;fpwJ. ,q;F $k<1$. $AB, BC, .CA$ Mfpa ghijfs; xt;nthd;wpd; topNaAKs;s ,af;fj;jpw;fhd Ntf Kf;Nfhzpfis tiuf.

,g;ghijfs; topNa gwf;Fk; NghJ Mfha tpkhdj;jpd; Gtp njhlu;ghd Ntfq;fs; KiwNa u, V, w Mapd; mtw;iwf; fz;L

(i) $V+w=v\sqrt{4-k^2}$ vdTk;

(ii) $V.w=v^2\left(1-k^2\right)$vdTk; fhl;Lf.

fhw;W cs;s NghJ mNj ghijapy; tpkhdk; nry;tjw;F vLf;Fk; nkhj;j Neuk; $\dfrac{T\left(\sqrt{1-k^2}+\sqrt{4-k^2}\right)}{3\left(1-k^2\right)}$ vdf; fhl;Lf

43.. A, B, C vd;gd %d;W tpkhd epiyaq;fs; MFk;. B MdJ A apw;F tlf;fhfTk; C MdJ B ,w;F fpof;fhfTk; ,Uf;fpd;wd. xU tpkhdk; A apypUe;J B apw;F tlf;F α^0 Nkw;F jpirapYk;> gpd;du; B apypUe;J C apw;F njw;F β^0 fpof;F jpirapYk; gwf;fpwJ. fhw;whdJ tlf;F θ^0 fpof;F jpirapy; rPuhd Ntfj;Jld; tPRfpd;wJ. $\sin\alpha=\tan\theta\cos\beta$ vdf; fhl;Lf.

$AB=BC$ MFkhWk; A apypUe;J B apw;Fk;> B apypUe;J C apw;Fk; nry;y vLj;j Neuq;fs; KiwNa t_1, t_2 MfTk; ,Ug;gpd; $t_1=t_2\tan\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)$ vdf; fhl;Lf.

44 .Nkhl;lhh;r; irf;fpNshl;b xUth; xU Neh;r; rkjs tPjp topNa khwhf; fjp v cld; fpof;F Nehf;fp Nkhl;lhh;r; irf;fpis Xl;br; nry;Yk;NghJ khwh Ntfj;Jld; tPRk; fhw;WmtUf;Fj; njw;fpypUe;J tPRtjhfj; Njhw;Wfpd;wJ. irf;fpNshl;b jhd; nry;Yk; jpiria khw;whky; jdJ fjpia ,U klq;fhf;Fk; NghJ fhw;W njd; fpof;fpypUe;J tPRtjhfj; Njhw;Wfpd;wJ. ,U epiyikfSf;Fk; NtfKf;Nfhzpfis tiue;J> fhw;wpd; cs;sgbahd (actual) Ntfj;ijg; gUkdpYk; jpirapYk; fhz;f.

45xU fg;gyhdJ tlf;F Nehf;fp u Ntfj;Jld; nry;fpwJ. fhw;whdJ fpof;fpw;F θ^0 tlf;F vd;w jpirapy; ,Ue;J tPRtJ Nghyj; Njhd;WfpwJ. ,q;F $0<\theta<45^0$ MFk;. mf;fg;gyhdJ jpUk;gpj; njw;F Kfkhf mNj fjp u cld; ,aq;FfpwJ. mg;nghOJ fhw;whdJ njw;F θ^0 fpof;Fj; jpirapy; ,Ue;J tPRtJ Nghyj; Njhd;WfpwJ. fhw;wpd; cz;ikf; fjp u vd epWtp mjd; jpiriaf; fhz;f.

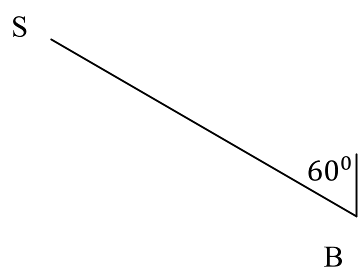
46.cWjpahd kioapy; epiyf;Fj;jhf gu#l;by; ,wq;Fk; xU kdpjd; jdJ fjp u MFk; NghJ kioahdJ epiyf;Fj;Jld; Nfhzk; α it Mf;Ftjhf mtjhdpf;fpd;whd;. mtdJ fjp v MFk; NghJ kioahdJ epiyf;Fj;Jld; Nfhzk; β it Mf;Ftjhf mtjhdpf;fpd;whd;. kio epiyf;Fj;Jld; cz;ikf; Nfhzk; θ it Mf;fpdhy; $(v-u)\cot\theta = v\cot\alpha - u\cot\beta$ vdf; fhl;Lf.

cjhuzk; 15

குறித்த கணத்தில் கிழக்கு நோக்கி சீரான கதி u உடன் செல்லும் கப்பல் ஒன்று நேர்ப்பாதையில் சீரான கதி v உடன் செல்லும் ஒரு படகிற்கு வ 60^0 மே திசையில் தூரம் d இல் உள்ளது. இங்கு $\frac{1}{2}u < v < u$. கப்பலை மறிப்பதற்கு படகு செல்வதற்கு இரு இயல்தகு திசைகள் உண்டெனக் காட்டி இரு திசைகளிலும் செல்ல எடுக்கும் நேர வித்தியாசம் $\frac{d\sqrt{4v^2-u^2}}{u^2-v^2}$ என நிறுவுக.

கப்பல் - S . படகு–B , புவி –E

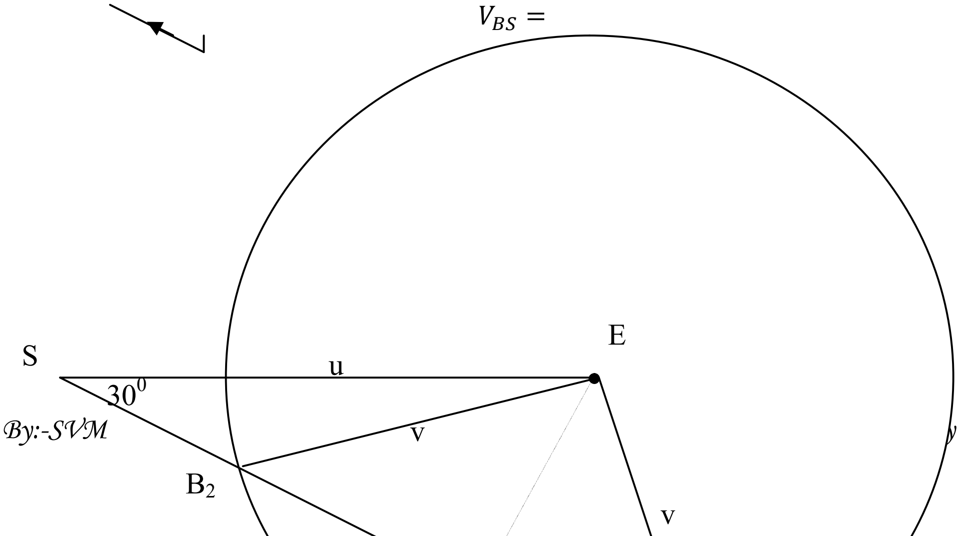
புவியின் சட்டம்



$V_{SE} = u$

$V_{BE} = v$

$V_{BS} =$



$$B_1S = \omega_1 = u\cos 30 + \sqrt{v^2 - u^2 sin^2 30}$$

$$B_2S = \omega_2 = u\cos 30 - \sqrt{v^2 - u^2 sin^2 30}$$

$$t_{1,} = \frac{d}{\omega_1} \qquad , t_{2,} = \frac{d}{\omega_2}$$

$$|t_{1-}\, t_2| = \frac{d|\omega_2 - \omega_1|}{\omega_1 \omega_2}$$

$$= \frac{d.2\sqrt{v^2 - u^2 sin^2 30}}{v^2 - u^2}$$

$$= \frac{d\sqrt{4v^2 - u^2}}{u^2 - v^2}$$

47.kl;lkhd ghijnahd;wpNy njw;F Nehf;fp u vDk; khwhf;fjpAld; nry;fpd;w irf;fps; Xl;b xUtdpw;Ff; fhw;W Nkw;fpw;F θ^0 tlf;Fj; jpirapy; tPRtjhfj; Njhw;WfpwJ. mth; mNj fjpapy; tlf;F Nehf;fpr; nry;ifapy; fhw;W Nkw;fpw;F ϕ^0 tlf;Fj; jpirapy; tPRtJ Nghyj; Njhw;WfpwJ. mth; tlf;F Nehf;fp $2u$ fjpAld; nry;ifapy; fhw;whdJ Nkw;fpw;F α^0 tlf;F Nehf;fp tPRnkdf; fhl;Lf. ,q;F $2\tan\alpha = 3\tan\phi - \tan\theta$ fhw;wpd; jpiriaj; jPh;khdpf;Ff.

48.fpof;F Nehf;fp u Ntfj;Jld; gazk; nra;Ak; kdpjdpw;F fhw;whdJ tlf;fpypUe;J tPRtJ Nghy; Njhw;WfpwJ. kdpjd; jdJ Ntfj;ij ,U klq;fhf;Fk; NghJ fhw;whdJ tlfpof;fpypUe;J tPRtjhf Njhw;WfpwJ. kdpjd; jdJ Ntfj;ij Kk;klq;fhf;Fk; NghJ fhw;whdJ tlf;F θ^0 fpof;Fj; jpirapypUe;J tPRtJ Nghy; Njhw;WfpwJ.

(i) fhw;wpd; cz;ik Ntfj;ijf; fhz;f.

(ii) $\tan\theta = \frac{1}{2}$ vdf; fhl;Lf.

49Nghu;f; fg;gy; xd;W Neuhd nry;top xd;wpNy rPuhd fjpAld; nry;fpwJ. Fwpj;j ehnshd;wpNy giftu; fg;gnyhd;W Nghu;f; fg;gypw;F Neu; fpof;Nf dkm Jhuj;jpy; ,Ug;gjhff; fhzg;gl;lJ. giftu; fg;gy; tlf;F Nehf;fp $vkmh^{-1}$ vDk; rPuhd fjpAld; nry;fpwJ. Nghu;f; fg;gy; milaf; $ba cau; fjp $ukmh^{-1}$ MFk;. ,q;F $(u < v)$. mjd; Jtf;Ffs; RLk; tPr;R Rkm MFk;. $R < \frac{d\sqrt{v^2-u^2}}{v}$ vdpd; giftu; fg;gy; Mgj;jpy; ,Uf;fkl;lhJ vd;W njhlu;G Ntff; Nfhl;ghl;bd; %ykhff; fhl;Lf.

50 நேரான ஆறு u கதியுடன் பாய்கின்றது. ஆற்றின் எதிர்க் கரையிலுள்ள புள்ளிகள் A, B ஆகும். $\overrightarrow{AB} = d$, AB நீரோட்டத்துடன் கூர்ங்கோணம் α ஆக்குகின்றது. நீர் தொடர்பாக λu வேகத்துடன் $(\lambda > 1)$ நீந்தவல்ல P, Q என்னும் இருவர் A, B யிலிருந்து ஒரே நேரத்தில் ஒருவரையொருவர் நோக்கி நீந்திச் செல்கின்றனர். அவர்கள் AB யில் C என்னும் புள்ளியில் சந்திப்பின் $AC - CB = \frac{d\cos\alpha}{\sqrt{\lambda^2 - \sin^2\alpha}}$ எனக் காட்டுக.

51. ஒரு சீராகச் செல்லும் ஆறொன்றின் ஒரு கரையில் P, Q எனும் துறைமுகங்கள் உள்ளன. நீராவிக் கப்பல் ஒன்று Pயிலிருந்து Qவிற்குச் செல்ல எடுக்கும் நேரம் t_1 மணித்தியாலங்கள் ஆகவும் Q விலிருந்துP யிற்குச் செல்ல எடுக்கும் நேரம் t_2 மணித்தியாலங்கள் ஆகவும் $(t_2 > t_1)$ உள்ளன. ஒரு மரக்கட்டை Pயிலிருந்து Q விற்கு மிதந்து செல்ல எடுக்கும் நேரம் $\frac{2t_1t_2}{t_2 - t_1}$ மணி எனக் காட்டுக.

52.A,BvDk; ,U tpkhdkpwq;F JiwfSf;F ,ilapYs;s J}uk; d kmMFk;. AB,d; jpirAld; θ vDk; jpirapNy $u\,kmh^{-1}$cld; cWjpahd fpilahd fhw;W tPRfpwJ. X,YMfpa ,uz;L tpkhdq;fs; KiwNa A,BMfpa ,wq;F JiwfspypUe;J xUq;fikag; Gwg;gl;L Neuhd fpilahd ghijfspy; nry;fpd;wd. epiyahd tspapy; xt;nthU tpkhdj;jpdJk; fjp v kmh^{-1}MFk;.

(i) $v > u$ Mapd;,tpkhdq;fs; Xck; Yck; KiwNa AB,BA topNa gwf;f KbAnkd;Wk; mit Gwg;gl;L $\frac{d}{2\sqrt{v^2 - u^2\sin^2\theta}}$ kzpapd; gpd;dh; xd;iwnahd;W flf;FnkdTk; fhl;Lf.

(ii) tpkhdq;fs; xd;iwnahd;W kpff;Fiwe;j ,ay;jF Neuj;jpy; re;jpf;f Ntz;Lk; vdpd; mit nry;yNtz;ba topfisf; fhz;f. mit re;jpf;Fk; Gs;sp ABvd;w $\frac{du\cos\theta}{2v}km$ J}uj;jpypUf;Fnkdf; fhl;Lf.

53. Mfha tpkhdnkhd;wpd; nrYj;Jk; fjp $vkmh^{-1}$ MFk;. fhw;wpy;yhj xU mikjp ehspNy kPs vupnghUsplhky; mt;tpkhdk; epw;fhJ gwf;ff; \$ba cau; Jhuk; dkm MFk;. fhw;Ws;s xU ehspy; tlf;fpypUe;J $ukmh^{-1}$ cld; Xu; cWjpahd rPuhd fhw;W tPRk; NghJ Mfha tpkhdk; Xu; mb O tpy; ,Ue;J tlf;fpw;F θ^0 fpof;Fj; jpirapYs;s Gs;sp R ,w;F epw;fhJ gwe;J mb O ,w;F kPz;Lk; tUfpwJ. Jhuk; OR ,d; ,ay;jF cau; ngWkjp $\frac{d\left(1-k^2\right)}{2\left(1-k^2\sin^2\theta\right)^{\frac{1}{2}}}km$ vdf; fhl;Lf.

,q;F $k=\frac{u}{v}$ MFk;. gpd;tUk; xt;ntHU tifapYk; ntsp Nehf;fpa> cs; Nehf;fpa gwg;Gfspd; NghJ Efug;gl;l vupnghUspd; tpfpjj;ijf; fhz;f.

(i) $\theta = 0$ (ii) $\theta = \pi/2$ (iii) $\theta = \pi$

55.mirahj ePhpNy u vDk; fjpiaAila igandhUtd; $v(<u)$ vd;Dk; fjpAld; gha;fpd;w xU Mw;wpd; fiuapYs;s Avd;Dk; Gs;spapypUe;J vjph;f;fiuapYs;s Neh; vjpuhd Gs;sp Bapw;F ePe;jpr; nry;y tpUk;Gfpd;whd;. mtd; vj;jpiria Nehf;fpj;jd;id itj;jpUf;f Ntz;Lk; vdf; fhz;f. igad; ,Uf;Fk; mNj fiuapy; Mw;wpd; ePNuhl;lj;jpirg; gf;fj;jpNy Cvd;Dk; Gs;spapy; xU Kjiy ,Uf;fpwJ. igad; Mw;wpy; Fjpj;j mNj fzj;jpy; igaid ,ilkwpf;Fk; Nehf;Fld; Kjiy ePe;jj; njhlq;FfpwJ. mirahj ePhpy; Kjiyapd; fjp $w(>u)$ vdf; nfhz;L vj;jpiria Nehf;fp Kjiy jd;id itj;jpUj;jy; Ntz;Lk; vdf; fhz;f.,t;tifapy; igaid,ilkwpf;;f KjiyvLf;Fk; Neuk; $\frac{AC}{\sqrt{v^2+w^2-u^2}-v}$ vdf; fhl;Lf.

56) amePskhd rkhe;juf; fiufisAila MW rPh;Ntfk; $v\ ms^{-1}$ cld; gha;fpd;wJ. xU ts;sk; xU fiuapd; PvDk; Gs;spapypUe;J $2vms^{-1}$ vDk; MW rhh;ghd Ntfj;Jld; rPuhf ,aq;fp kWfiuia Q vDk; Gs;spia mile;J kPz;Lk; PI milfpd;wJ. P,ypUe;J Q ,w;F nry;tjw;fhd Neuk;> Q ,ypUe;J P,w;fhd Neuj;jpd; ,Uklq;fhapd; gazj;jpw;fhd nkhj;j Neuk; $\frac{2a\sqrt{15}}{5v}$ svdf; fhl;Lf.

57) Neuhd rkhe;juf; fiufisAila Xu; MW rPuhd Ntfk; ums^{-1} cld; gha;fpwJ. ePu; njhlu;ghf $vms^{-1}(>u)$ cld; Neu;g; ghijapy; glifr; nrYj;Jk; glNfhl;b xUtd; xU

fiuapYs;s A vd;Dk; xU Gs;spapypUe;J Gwg;gl;L ePu; Xl;lj;jpw;F vjpu; topahf Mw;iwf; fle;J kW fiuapYs;s B vd;w Gs;spia mila tpUk;Gfpd;whd;. A apw;Fk; B apw;FkpilapYs;s Jhuk; c kPw;wu; MFk;. AB vd;w Neu;tiu Mw;wpd; fiuAld; θ vd;w $u;q;Nfhzj;ij Mf;Ffpd;wJ. glF AB f;F rkhe;jukhd jpiria Nehf;fp ,Uf;Fk; nghUl;L glNfhl;b jd;id rPuhf cQw;wpg; glifr; nrYj;Jfpd;whd;. fiu njhlu;ghfg; glNfhl;bapd; ghijia tiuf.

mtd; vjpu;f; fiuia C vd;w Gs;spapy; mile;J fiutopNa nrd;W B ia mile;jhy; KOg; gpuahzj;jpw;Fk; vLj;j nkhj;j Neuk; $\frac{c}{v-u}$ nrf;fd;fs; vdf; fhl;Lf.

58) b kPw;wh; mfykhd Neh; fiufisAila Xh; MW wms^{-1} vd;w khwhf;fjpapy; gha;fpwJ. ஓ vd;gJ Mw;wpd; fiuapYs;s xU Gs;spahFk;. லு vd;gJ ஓ ,w;F NenujpNu kw;iwa fiuapYs;s xU Gs;spahFk;. epiyahd ePhpy; xU igad; $v(>w)ms^{-1}$ vd;w fjpapy; ePe;j KbAk;. MW ghAk; jpirf;F vjph;j;jpirAld; θ vDk; Nfhzk; mika mtd; X,ypUe;J ePe;Jfpd;whd;. fiufSf;Fj; njhlh;ghf mg;igaDila Ntfj;ijf; fhz;f.

mtd; MW ghAk; jpirapNy vjph;f;fiuapYs;s ZvDk; Gs;spia milfpwhd;. mjd;gpd; mtd; fiuNahukhf MWghAk; jpirf;F vjph;j;jpirapNy Z,ypUe;J Y,w;F ums^{-1} fjpapy; XLfpwhd;. mtd; YI mila vLf;Fk; KONeuk; Tnrf;fd;fs;

$T=\frac{b}{uv}\left[(u+w)\cos ec\theta - v\cot\theta\right]$ vd;gjhy; jug;gLk; vdf; fhl;Lf.

MW ghAk; jpirf;F vjph;j;jpirAld; $\cos^{-1}\left(\frac{v}{u+w}\right)$ vDk; Nfhzj;jpy; mtd; ePe;jpdhy; T,d; ngWkjp mjpFiwe;jJ vdTk; fhl;Lf.

59) fjp u kmh^{-1}Md Nkhl;lhh; ts;sk; xd;W khwh ntfk; $v(<u)kmh^{-1}$ cld; tl Nkw;Fj; jpirapy; nry;Yk; fg;gy; xd;iwg; gpbf;f Ntz;bAs;sJ. njhlf;fj;jpNy fg;gy; Nkhl;lhh; ts;sj;Jf;F tlf;Nf dkm J}uj;jpy; cs;sJ. Ntf – Kf;Nfhzpia tiue;J> fg;giyg; gpbg;gjw;F Nkhl;lhh; ts;sk; nry;y Ntz;ba jpiriaf; fhz;f.

$$\frac{\sqrt{2}d\left\lfloor\sqrt{2u^2-v^2}+v\right\rfloor}{2(u^2-v^2)}$$

kzpj;jpahy Neuj;Jf;Fg; gpd;dh; fg;gy; gpbf;fg;gLfpwnjdf; fhl;Lf. (2001)

60) ஒரு கப்பல் கிழக்கு நோக்கியும் வடக்கு நோக்கியும் முறையே நீர் தொடர்பாக u, v என்னும் கூறுகளைக் கொண்ட சீர் வேகத்தடன் செல்கின்றது. ஒரு நீர்மூழ்கிக் கப்பலிலிருந்து வடக்கு நோக்கித் தூரம் d யில் கப்பல் இருக்கும்போது அக்கப்பலை அழிக்கும் நோக்குடன். ஒரு தோப்பிடோ

நீர்மூழ்கிக்கப்பலிலிருந்து சுடப்படுகின்றது. தோப்பிடோ நீர் தொடர்பாக வேகம் w உடன் சீராக இயங்குகின்றதெனக் கொண்டு, தோப்படோ கப்பலுடன் மோதுமெனின், அப்போது $w > u$ எனக்காட்டி, தோப்பிடோ நீர்மூழ்கிக்கப்பலிலிருந்து கப்பலுக்கு இயங்குவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

61) d மீற்றர் இடைத்தூரத்தில் இருக்கும் இரு நேர்ச் சமாந்தரக் கரைகளை உடைய ஓர் ஆற்றில் நீர் மாறா வேகம் ums^{-1} உடன் பாய்கின்றது. நீர் தொடர்பாகக் கதி $2ums^{-1}$ உடன் செல்கின்ற படகு ஒன்று ஒருகரையில் உள்ள ஒரு புள்ளி A யிலிருந்து மற்றைய கரையில் உள்ள ஒரு புள்ளி B யிற்குச் செல்வதற்கும் A யிற்குத் திரும்பி வருவதற்கும் ஒரு நேர்ப் பாதையை எடுக்க வேண்டியுள்ளது. $\overrightarrow{AB}$ ஆனது ஆற்றோட்டத்திற்கு எதிரான திசையுடன் ஒரு குறித்த கூர்ங்கோணம் α வை ஆக்குகின்றது. அதோடு Aயிலிருந்து B யிற்குச் செல்வதற்கான நேரம் B யிலிருந்து A யிற்குச் செல்வதற்கான நேரத்தின் இருமடங்காகும். A யிலிருந்து B யிற்கும் திரும்பி வருவதற்குமான பயணங்களுக்குரிய வேக முக்கோணிகளை வரைந்து,

(i) $\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{8}}$ எனவும்

(ii) கரைகள் தொடர்பாக Aயிலிருந்து B யிற்கான பயணத்தில் படகின் வேகத்தின் பருமன் $u\sqrt{\frac{3}{2}}$ எனவும் காட்டுக.

இரு பயணங்களையும் முடிப்பதற்குப் படகு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தை உய்த்தறிக.

62) Nkhl;lhu; glnfhd;W tlf;F Nehf;fp $ukmh^{-1}$ vd;Dk; khwh Ntfj;Jld; nry;fpd;w xU fg;giyf; fhzf;d;wJ. mJ fg;giyf; fhZk; fzj;jpy; KiwNa fpof;F> tlf;F Mfpa jpirfspyhd Ox, Oy vd;Dk; njf;fhl;bd; mr;Rf;fisf; Fwpj;Jf; fg;gypd; Ms;$Wfs; $(6d,2d)$ MFk;. ,q;F cw;gj;jp O MdJ glfpy; vLf;fg;gLk; mNj Ntis Jhuq;fs; fpNyhkPw;wupy; msf;fg;gLfpd;wd. glF fg;giyr; re;jpg;gjw;fhff; fpof;fpypUe;J tlf;fpw;Ff; $u;q;Nfhzk; α it Mf;Fk; jpirapy; khwh Ntfk; $vkmh^{-1}$ cld; cldbahf ,aq;fj; njhlq;Ffpd;wJ. $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ vdj; jug;gl;bUg;gpd; fg;gy; njhlu;ghf glfpd; ghijiag; gUk;gbahf tiuf. ,jpypUe;J> v ,d; ngWkhdj;ij u ,d; rhu;gpy; fz;L> re;jpg;gjw;F vLf;Fk; Neuk; $\frac{5d}{2u}$ kzpj;jpahyk; vdf; fhl;Lf.

63) Xh; cyq;F thD}h;jp (helicopter) $a\ km$ gf;fj;ij cila xU rJug; ghij $ABCD$ iar; Rw;wp vOj;J xOq;F Kiwapdhy; fhl;lg;gLk; Nghf;fpy; fhw;Wj; njhlh;ghf $vkmh^{-1}$ vd;Dk; fjpAld; gwf;fpd;wJ. gf;fk; AB cld; xU $h;q;Nfhzk; θ it Mf;Fk; jpirapy; $w(<v)kmh^{-1}$ vd;Dk; Ntfj;Jld; fhw;W tPRfpd;wJ. ghijapd; %iyfisr; Rw;wpj; jpUk;Gtjpy; Neuk; ,of;fg;gltpy;iynadf; nfhz;L Ntf Kf;Nfhzpfis tiue;J> A apypUe;J B apw;Fk; C apypUe;J D apw;Fk; nry;y vLf;Fk; Neuq;fspd; $l;Lj;njhif $\dfrac{2a\sqrt{v^2-w^2\sin^2\theta}}{(v^2-w^2)}$ kzpj;jpahyq;fnsdf; fhl;Lf. ,jpypUe;J> KOg; ghijf;Fkhf vLj;j nkhj;j Neuk; T iaf; fzpj;J>T ia Xh; cah;thf;Fk; θ tpd; ngWkhdj;ijf; fhz;f.

64) fjp $ukmh^{-1}$ cld; nry;Yk; ePu;%o;fpf; fg;gy; xd;W njw;fpd; 30° Nkw;F vd;Dk; jpirapy; dkm J}uj;jpy; flypy; xU fg;gy; ,Ug;gijf; fhz;fpd;wJ. fg;gy; Ntfk; $vkmh^{-1}$ cld; tlf;F Nehf;fpr; nry;fpd;wJ: ,q;F $u<v<2u$. fg;gy; njhlu;ghf ePu;%o;fpf; fg;gypd; ,af;fj;ijf; fUJtjd; %yk;> fg;giy ,ilkwpg;gjw;F ePu;%o;fpf; fg;gy; ,U jpirfspy; xd;wpy; nry;yyhnkdf; fhl;b> ,t;tpU jpirfSf;FkpilNa cs;s Nfhzj;ijf; fhz;f.

NkYk; xj;j Neuq;fs; $\dfrac{d\sqrt{4u^2-v^2}}{v^2-u^2}$ kzpj;jpahyq;fspdhy; tpj;jpahrg;gLfpd;wdntdf; fhl;Lf.

65. சமாந்தர நேர் கரைகளையுடைய ஆறு u வேகத்துடன் பாய்கிறது. A என்ற புள்ளி ஒரு கரையிலும் B மறுகரையிலும் உள்ள புள்ளிகள். AB ஆனது ஆறு பாயும் திசையுடன் α கோணத்தை அமைக்கிறது. ஒரு மனிதன் A இலிருந்து ஆறு தொடர்பாக வேகம் 2u உடன் நீந்தி B யை அடைகிறான். மீண்டும் அதே கதியுடன் நீந்தி A யை அடைகிறான். இரு இயக்கத்துக்குமான வேக முக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. இரு சந்தர்ப்பத்திலும் அவன் நீந்தும் திசை AB உடன் ஒரே கோணம் θ ஐ அமைக்கும் எனக் காட்டி $2\sin\theta=\sin\alpha$ எனக் காட்டுக.

B இலிருந்து A இற்கு செல்ல எடுக்கும் நேரமானது A இலிருந்து B இற்கு செல்ல எடுக்கும் நேரத்தின் λ மடங்கு எனின் $\cos\theta=\frac{\lambda+1}{2(\lambda-1)}\cos\alpha$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $\cos\alpha=\frac{\lambda-1}{2}\sqrt{\frac{3}{\lambda}}$ எனவும் காட்டுக

காவி தொடர்பான பிரசினங்கள்

இரு இயங்கும் துணிக்கைகள் A,B எனபவற்றின் t = 0 இல் தானக்காவிகள் முறையே $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ஆகும். அவை மாறா வேகங்கள் $\boldsymbol{v_A}, \boldsymbol{v_B}$உடன் இயங்குகின்றன

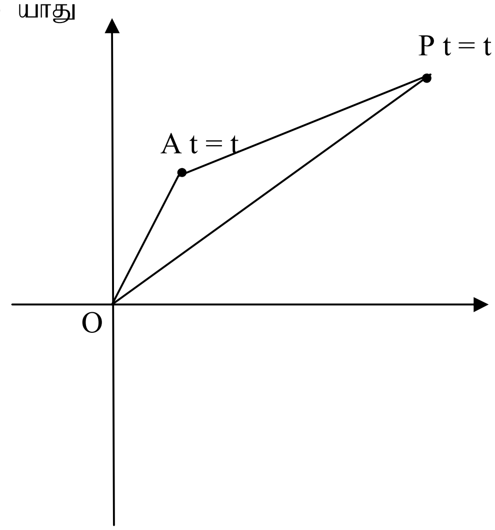
i. t = t இல் A இன் தானக் காவி $\boldsymbol{r_A}$ எழுதுக

ii. t = t இல் Bஇன் தானக் காவி $\boldsymbol{r_B}$ எழுதுக

iii. t = t B தொடர்பாக A இன் தானக் காவி $\overrightarrow{BA}$ ஐக் காண்க

iv. A,Bஇற்கிடையான மிகக்கிட்டிய தூரம் யாது. அப்போது t இன் பெறுமானம் யாது

v. B தொடர்பாக A இன் வேகம் யாது



i. $\boldsymbol{r_A} = \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$
$= \boldsymbol{a} + t\,\boldsymbol{v_A}$

ii. இவ்வாறே $\boldsymbol{r_B} = \overrightarrow{OQ} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP}$
$= \boldsymbol{b} + t\,\boldsymbol{v_B}$

iii. B தொடர்பாக A இன் தானக்காவி

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QO} + \overrightarrow{OP}$$

$= - \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OP}$

$= - \boldsymbol{r_B} + \boldsymbol{r_A}$
$= \boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}$
$= (\boldsymbol{a} + t\,\boldsymbol{v_A}) - (\boldsymbol{b} + t\,\boldsymbol{v_B})$
$= (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) + \boldsymbol{t}(\boldsymbol{v_A} - \boldsymbol{v_B})$

$$\boxed{\boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B} = (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) + \boldsymbol{t}(\boldsymbol{v_A} - \boldsymbol{v_B})}$$

iv. மிகக் கிட்டிய தூரம் $= |\boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}|_{min}$

குறிப்பு :- இரு பொருளும் சந்திப்பதற்கு $\boldsymbol{r_A} = \boldsymbol{r_B}$ஆதல் வேண்டும்
அல்லது $|\boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}| = \boldsymbol{0}$ ஆதல் வேண்டும்

v. $\boldsymbol{v_{AB}} = \boldsymbol{v_{AE}} + \boldsymbol{v_{EB}}$
$= \boldsymbol{v_A} - \boldsymbol{v_B}$

உதாரணம்:-16

நண்பகல் 12.00 மணிக்கு வேகம் $u = 2i - j$ உடன் இயங்கும் கப்பல் A உற்பத்தி O ஐ கடந்து செல்லும் அதே கணத்தில் வேகம் $v = -2i + 2j$ உடன் இயங்கும் கப்பல் **B** தானக்காவி 50 iஐ உடைய புள்ளியைக் கடந்து செலகிறது.t மணித்தியாலத்தின் பின் B தொடர்பான A இன் தானக்காவியையும் வேகத்தையும் காண்க. இவற்றிற்கிடையான இழிவு தூரம் 30 km எனக் காட்டுக அப்போது நேரம் என்ன

$\boldsymbol{v_A} = \boldsymbol{u} = 2\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j}, \boldsymbol{v_B} = \boldsymbol{v} = -2\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{0}, \boldsymbol{b} = 50\boldsymbol{i}$

t = t இல் A இன் தானக்காவி $\boldsymbol{r_A} = \boldsymbol{a} + t\boldsymbol{v_A}$

t = t இல் B இன் தானக்காவி $\boldsymbol{r_B} = \boldsymbol{b} + t\boldsymbol{v_B}$

B தொடர்பாக A இன் தானக்காவி

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{QO} + \overrightarrow{OP}$$

$= - \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OP}$

$= - \boldsymbol{r_B} + \boldsymbol{r_A}$
$= \boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}$
$= (\boldsymbol{a} + t\,\boldsymbol{v_A}) - (\boldsymbol{b} + t\,\boldsymbol{v_B})$
$= (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) + t(\boldsymbol{v_A} - \boldsymbol{v_B})$
$= (\boldsymbol{0} - 50\boldsymbol{i}) + t\{(2\boldsymbol{i} - \boldsymbol{j}) - (-2\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j})\}$

$=(4t-50)\boldsymbol{i}-3t\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{r_A}-\boldsymbol{r_B}=(4t-50)\boldsymbol{i}-3t\boldsymbol{j}$

$$|\boldsymbol{r_A}-\boldsymbol{r_B}| = |(4t-50)\boldsymbol{i}-3t\boldsymbol{j}|$$

$=\sqrt{(4t-50)^2+(3t)^2}$

$=\sqrt{25t^2-400t+2500}$

$=5\sqrt{t^2-16t+100}$

$=5\sqrt{(t-8)^2+100-64}$

$=5\sqrt{(t-8)^2+36}$

$|\boldsymbol{r_A}-\boldsymbol{r_B}|_{min} = 5\text{x}6$

$= 30$ அப்பொழுது $t = 8$

உதாரணம்:-16

கப்பல் ஒன்று 10 km/h கதியுடன் $\underline{i}$ இன் திசையில் இயங்குகிறது. இரண்டாவது கப்பலொன்று u km/h உடன் $\underline{i}+2\underline{j}$ இற்குச் சமாந்தரமான திசையில் இயங்குகிறது. இங்கு $\underline{i},\underline{j}$ என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான அலகுக்காவிகளும் பருமனில் 1 km உம் ஆகும். ஆரம்பத்தில் முதலாவது கப்பல் தானக்காவி $10(-\underline{i}+\underline{j})$ ஐ உடைய புள்ளியிலும், இரண்டாவது கப்பல் உற்பத்தியிலும் உள்ளன.

i) $u=10\sqrt{5}$ எனின் இரு கப்பல்களுக்குமிடையேயான மிகக் குறைந்த தூரம் 10 km எனக் காட்டுக.

ii) இரண்டு கப்பல்களும் ஒன்றுடன் ஒன்று மோதும் நிலையிலிருப்பின் u இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

iii) ஆரம்ப நிலையிலிருந்து மோதுகை நிகழ எடுத்த நேரத்தைக் காண்க.

முதலாவது கப்பலைA எனவும் இரண்டாவது கப்பலை B எனவும் கொள்க

$\boldsymbol{v_A}=10\boldsymbol{i}, \boldsymbol{v_B}=u\frac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\boldsymbol{5}}}(\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j})$

$\boldsymbol{a}=10(-\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}), \boldsymbol{b}=0$

t = t இல் A இன் தானக்காவி $\boldsymbol{r_A}=\boldsymbol{a}+t\boldsymbol{v_A}$

t = t இல் B இன் தானக்காவி $\boldsymbol{r_B}=\boldsymbol{b}+t\boldsymbol{v_B}$

B தொடர்பாக A இன் தானக்காவி

$$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{QO}+\overrightarrow{OP}$$

$= -\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OP}$

$= -\boldsymbol{r_B}+\boldsymbol{r_A}$

$= \boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}$
$= (\boldsymbol{a} + t\,\boldsymbol{v_A}) - (\boldsymbol{b} + t\,\boldsymbol{v_B})$
$= (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) + t(\boldsymbol{v_A} - \boldsymbol{v_B})$
$= 10(-\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}) + \boldsymbol{t}\left\{10\boldsymbol{i} - \left(u\frac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\boldsymbol{5}}}(\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j})\right)\right\}$
$=\left\{\left(10 - u\frac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\boldsymbol{5}}}\right)t - 10\right\}\boldsymbol{i} + \left(10 - u\frac{\boldsymbol{2t}}{\sqrt{\boldsymbol{5}}}\right)\boldsymbol{j}$

$$|\boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}| = \left|\left\{\left(10 - u\frac{\boldsymbol{1}}{\sqrt{\boldsymbol{5}}}\right)t - 10\right\}\boldsymbol{i} + \left(10 - u\frac{\boldsymbol{2t}}{\sqrt{\boldsymbol{5}}}\right)\boldsymbol{j}\right|$$

$$|\boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}|^2 = \left\{\left(10 - u\frac{1}{\sqrt{5}}\right)t - 10\right\}^{\boldsymbol{2}} + \left(10 - u\frac{2t}{\sqrt{5}}\right)^2$$

i. $u = 10\sqrt{5}$எனின் $|\boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}|^{\boldsymbol{2}} = (-10)^{\boldsymbol{2}} + (10 - 20t)^2$
$= 10^2\{1 + (1 - 2t)^2\}$
$|\boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}|_{\boldsymbol{min}} = 10$, $t = \frac{1}{2}$

ii. மோதும் நிலையிலிருப்பின் $|\boldsymbol{r_A} - \boldsymbol{r_B}| = 0$

$$\Rightarrow \left|\left\{\left(10 - u\frac{1}{\sqrt{5}}\right)t - 10\right\}\boldsymbol{i} + \left(10 - u\frac{2t}{\sqrt{5}}\right)\boldsymbol{j}\right| = 0$$

$$\Rightarrow \left\{\left(10 - u\frac{1}{\sqrt{5}}\right)t - 10\right\}\boldsymbol{i} + \left(10 - u\frac{2t}{\sqrt{5}}\right)\boldsymbol{j} = \boldsymbol{0}$$

$$\Rightarrow \left\{\left(10 - u\frac{1}{\sqrt{5}}\right)t - 10\right\} = 0 \quad and \quad \left(10 - u\frac{2t}{\sqrt{5}}\right) = 0$$

$\Rightarrow \left(10 - u\frac{1}{\sqrt{5}}\right)t - 10 = 0$ …………I
$\Rightarrow 10 - u\frac{2t}{\sqrt{5}} = 0$ ………………………II

$$\Rightarrow t = \frac{3}{2}, u = \frac{10\sqrt{5}}{3}$$

67. இரு துணிக்கைகள் A,B என்பவற்றின் வேகங்கள் முறையே $-3i + 29j$, $v(i + 7j)$A தொடர்பாக B இன் வேகத்தைக் காண்க. t=0 இல் $\overrightarrow{AB} = -56i + 8j$ எனின் t நேரத்தின் பின்னர் $\overrightarrow{AB}$ ஐக் காண்க துணிக்கைகள் மோதுமெனின் v ஐக் காண்க v=3 எனின் நேரம் t இல் $\overrightarrow{AB} = (6t - 56)\underline{i} + 8(1 - t)\underline{j}$ எனக் காட்டுக A.B இடையான மிகக் கிட்டிய தூரம் என்ன

68. $-2\boldsymbol{i} - 8\boldsymbol{j}$ ஐ தானக் காவியாகவுள்ள புள்ளியிலிருந்து A என்பவர் வடக்கு நோக்கி 8kmph கதியில் செல்கிறான். அதே கணத்தில் $-12\boldsymbol{i} - 4\boldsymbol{j}$ஐ தானக் காவியாகவுள்ள புள்ளியிலிருந்து B என்பவர்$6\boldsymbol{i} - 6\boldsymbol{j}$ வேகத்துடன்

செல்கிறார்.மிகக் கிட்டவர எடுக்கும்நேரம் $\frac{1}{2}$மணி எனக் காட்டி கிட்டியதுாரத்தைக் காண்க

69. A,Bஎன்ற கப்பலின் தானக்காவிகள் t நேரத்தில் வருமாறு $\underline{r_A} = (1+4t)\underline{\mathbf{i}} + 7t\underline{\mathbf{j}}$ $\underline{r_B} = 6t\underline{\mathbf{i}} + (1+8t)\underline{\mathbf{j}}$

i. Aதொடர்பாக B இன் தானக் காவியைக் காண்க

ii. Aதொடர்பாக B இன் வேகத்தைக் காண்க

மிகக் கிட்டிய துாரம் $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ எனக் காட்டுக

70. ஓர் சைக்கிள் $6i+8j$ வேகத்தில் செல்கையில் காற்று i திசையில் இருந்து வருவதாக தோன்றுகிறது. அவன் வேகத்தை இருமடங்காக்கும்போது காற்று $i+j$ திசையிலிருந்து வருவதாகத்தோன்றுகிறது. காற்றின் உண்மையான வேகம் $4i+8j$ எனக் காட்டுக.